



UNIVERSIDAD
CENTRAL

DOCUMENTOS
DE INVESTIGACIÓN

Economía
ECONOMÍA

Una lectura no walrasiana del equilibrio general
con demanda efectiva restringida

Ricardo Güell Camacho

N.º 13

Noviembre de 2012



**UNIVERSIDAD
CENTRAL**

FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS,
ECONÓMICAS Y CONTABLES
Departamento de Economía

DOCUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Economía

Una lectura no walrasiana del equilibrio general
con demanda efectiva restringida

Ricardo Güell Camacho

N.º **13**

Noviembre de 2012



**UNIVERSIDAD
CENTRAL**

Consejo Superior

Jaime Arias Ramírez (Presidente)
Jaime Posada Díaz
Fernando Sánchez Torres
Rafael Santos Calderón
Pedro Luis González
(Representante de los docentes)
Rodolfo Velásquez García
(Representante de los estudiantes)

Rector

Guillermo Páramo Rocha

Vicerrectora Académica

Ligia Echeverri Ángel

Vicerrector Administrativo y Financiero

Nelson Gnecco Iglesias

UNA PUBLICACIÓN DEL DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

Germán Umaña Mendoza

Decano Facultad de Ciencias Administrativas, Económicas y Contables

Germán Chaparro

Director Departamento de Economía

Julián Bautista R.

Coordinación Editorial Departamento de Economía

Documentos de investigación. Economía, N.º 13.

Una lectura no walrasiana del equilibrio general con demanda efectiva restringida

ISBN para PDF: 978-958-26-0299-4

Autor: Ricardo Güell Camacho

Primera edición: noviembre de 2012

Ediciones Universidad Central

Carrera 5 N.º 21-38. Bogotá, D. C., Colombia

Tel.: 334 49 97; 323 98 68, exts.: 2353 y 2356.

editorial@ucentral.edu.co

Catalogación en la Publicación Universidad Central

Güell Camacho, Ricardo

Una lectura no walrasiana del equilibrio general : con demanda efectiva restringida / Ricardo Camacho Güell ; editora Edna Rocío Rivera Penagos --Bogotá : Ediciones Universidad Central, 2012 -- (Documentos de investigación Economía ; no 13)

36 páginas ; 28 cm

ISBN para PDF: 978-958-26-0299-4

1 Macroeconomía - Modelos matemáticos 2 Modelos económicos

3 Equilibrio (Economía) 4 Mercados -- Aspectos económicos

5 Mantenimiento de precios I Rivera Penagos, Edna Rocío, editora II Universidad Central Facultad de Ciencias Administrativas, Económicas y Contables Departamento de Economía

339 --dc23

PTBUC/RVP

PRODUCCIÓN EDITORIAL

Departamento de Comunicación y Publicaciones

Dirección: Edna Rocío Rivera P.

Coordinación editorial: Héctor Sanabria R.

Diagramación y

diseño de carátula: Jairo Iván Orozco A.

Corrección de textos: Marcela Garzón Gualteros

Editado en Colombia - Published in Colombia



Material publicado de acuerdo con los términos de la licencia Creative Commons 4.0 internacional. Usted es libre de copiar, adaptar y redistribuir el material en cualquier medio o formato, siempre y cuando dé los créditos de manera apropiada, no lo haga con fines comerciales y difunda el resultado con la misma licencia del original.

Los argumentos y opiniones expuestos en este documento son de exclusiva responsabilidad del autor, y reflejan su pensamiento y no necesariamente el de la Universidad Central.

Contenido

1.	Introducción	9
2.	El proceso de restricción de renta	11
3.	Equilibrio walrasiano	13
3.1	Equilibrio	13
3.2	Esquemas de racionamiento y señales de cantidad	14
3.3	Propiedades de los esquemas de racionamiento	15
3.4	Señales de cantidad	16
4.	Equilibrio con precios fijos	17
4.1	Demanda y oferta efectiva	17
4.2	Versiones de equilibrios con precios fijos	18
5.	Un concepto alternativo	21
6.	Fijación de precios y equilibrio general	23
6.1	El marco general	23
6.2	Curvas de demanda objetivo	24
6.3	Optimalidad	25
6.4	Una caracterización del equilibrio	25
6.5	Optimalidad de Pareto	26
6.6	Optimalidad constreñida de Pareto	27
6.7	Cadenas multiplicadoras	28
7.	Conclusiones	31
8.	Apéndice. Prueba de la proposición 1	33
9.	Bibliografía	35

Una lectura no walrasiana del equilibrio general con demanda efectiva restringida

Ricardo Güell Camacho*

Resumen

En este trabajo se desarrolla un modelo macroeconómico, desde una aproximación no walrasiana en un escenario de rigideces en los precios y competencia imperfecta. Asimismo, se indaga por la posibilidad del establecimiento de un equilibrio general con múltiples mercados. En la exposición se describen, explícitamente, los conceptos de equilibrio general para dos casos extremos: uno con todos los precios rígidos, otro con todos los precios flexibles en un régimen de competencia imperfecta.

Palabras clave: equilibrio general, múltiples mercados, rigidez en los precios, competencia imperfecta.

JEL: C62, E19, E30, D59.

* Magíster en Asuntos Internacionales, catedrático en el Departamento de Economía de la Universidad Central. Correspondencia: Cra. 5 N.º 21-38. Torre E, cuarto piso, Departamento de Economía. Correo electrónico: rguellc@ucentral.edu.co

A non-walrasian reading of general equilibrium with effective demand restriction

Ricardo Güell Camacho*

Abstract

In this paper a macroeconomic model is developed from a non-Walrasian approach in a scenario of price rigidities and imperfect competition. Also the possibility of establishing a general equilibrium with multiple markets is investigated. In the exposition the concepts of general equilibrium for two extreme cases are explicitly described: one with all rigid prices, another with all flexible prices in an imperfect competition regime.

Keywords: general equilibrium, multiple markets, price rigidity, imperfect competition.

JEL: C62, E19, E30, D59.

* Master in international affairs, professor of the Economy Department of the Universidad Central. E-mail: rguellc@ucentral.edu.co. Mailing address: Cra. 5 N.º 21-38. Torre E, cuarto piso, Economy Department.

Introducción

El objetivo de este artículo es desarrollar un ejemplo de un modelo macroeconómico que muestre la variedad y la riqueza de una aproximación no walrasiana. No obstante, en tiempos en los que el énfasis está puesto en los fundamentos microeconómicos de la macroeconomía, es legítimo plantearse la pregunta acerca de si los conceptos no walrasianos pueden ser desarrollados en un contexto de equilibrio general, como al que están acostumbrados los

estudiosos de la economía walrasiana. Se busca, por lo tanto, presentar una respuesta positiva a esta cuestión, construyendo un conjunto de conceptos sobre el equilibrio general con rigideces de precios y competencia imperfecta que se desarrollan en el contexto tradicional walrasiano, con agentes y mercados múltiples, el cual será esbozado brevemente.

El proceso de restricción de renta

La proposición central de la teoría keynesiana es el principio de la demanda efectiva: en ausencia de un vaciado completo de los mercados, la producción y el empleo son limitados por la demanda agregada. En estos contextos de exceso de oferta, las demandas de los agentes son restringidas por su incapacidad para vender tanto como quisieran a los precios vigentes. Las fallas en los ajustes vía precios, para garantizar el vaciamiento de los mercados, inducen a que las cantidades determinen las cantidades producidas y demandadas en un contexto de insuficiencia de demanda efectiva. Muchas teorías contemporáneas asumen que en los mercados competitivos hay un vaciamiento continuo debido a los precios, pues el comportamiento racional individual conlleva resultados racionales colectivos. Sin embargo, el teorema no se verifica en tanto los mercados y las instituciones responsables de determinar los precios no originan precios competitivos perfectamente flexibles; la racionalidad del individuo no se corresponde necesariamente con la constitución de instituciones que garantizarían resultados tipo “mano invisible” (Tobin, 1993).

En el caso en que los precios no sean perfectamente flexibles, es decir que no logren ajustarse antes de que tenga lugar un intercambio, las transacciones se realizarían a precios en desequilibrio; este es el conocido intercambio falso de Hicks (1939) quien afirmó, sin embargo, que estas transacciones falsas serían limitadas en volumen y, por lo tanto, su efecto renta podría ser insignificante, debido a su magnitud. En consecuencia, el vector precios en una economía en la que se fechan los acontecimientos regiría invariablemente a lo

largo de la semana hicksiana, aproximándose al vector solución de un sistema walrasiano de curvas de oferta y de demanda.

Por otra parte, la contribución de Clower (1965) revisa el concepto de Hicks acerca del intercambio falso; la atención no está enfocada en los efectos distributivos generados por las transacciones que tienen lugar como consecuencia de los precios falsos, sino en los efectos sobre la renta agregada, causados por las transacciones que no tienen lugar debido a dichos precios. Clower revisa el caso de un precio en desequilibrio, como el de los servicios factoriales ofertados por las familias. Los ingresos presentes de las familias estarán determinados no por la cantidad de servicios factoriales que oferten al precio al que tales servicios son actualmente demandados, sino por la cantidad que realmente consiguen vender. Su demanda efectiva, en otros mercados, estará condicionada por la renta efectivamente alcanzada. En consecuencia, la cantidad de transacciones realizadas, así como los precios, son manifestaciones de los excesos de demanda (Clower, 1965).

Los ingresos presentes de las familias están sujetos a las restricciones de renta de estas, generadas por la inhabilidad para realizar su oferta total de factores a los precios prevalentes en los

mercados, lo que conduce a una reducción de la demanda efectiva en los mercados de productos, con posteriores consecuencias en la renta agregada. El proceso de desviación-ampliación de dichas perturbaciones es un rasgo esencial de los modelos de ajustes cuantitativos keynesianos.

El proceso de restricción de la renta implica abandonar un supuesto tan fuerte, pero a la vez tan esencial, de la teoría walrasiana: la infinita velocidad de ajuste de los precios. Las implicaciones en términos de mercados descentralizados, donde los comerciantes desconocen cuál es el precio que vacía cada mercado, es la incertidumbre sobre el precio de equilibrio, principal consecuencia de eliminar el subastador de Walras.

En general, la teoría keynesiana rechaza la idea de que el mecanismo de precios ejecutaría eficientemente la función de información a corto plazo. Sin embargo, no requiere una actitud sustancialmente diferente a la tradicional, con respecto a la efectividad de los incentivos de los precios, para controlar el comportamiento de las unidades individuales de transacción (Leijonhufvud, 1968).

La teoría del equilibrio general de Walras se origina en el contexto de la mecánica

newtoniana. El modelo walrasiano es adecuado para el estudio de la función de los precios como incentivos, condición necesaria, mas no suficiente, para la coordinación de un sistema descentralizado; por ello sus dificultades desde el punto de vista de la teoría de la dinámica. La teoría del equilibrio general walrasiano funciona adecuadamente en una economía en equilibrio, en la que los precios aportan lo esencial de la información necesaria para la toma de decisiones individuales con mercados permanentemente vacíos. Por otra parte, el análisis keynesiano de sistemas económicos que presentan un comportamiento dinámico revela la inmensa complejidad que se requiere para tratar con procesos en los que los precios vigentes y los esperados, así como las cantidades realizadas y anticipadas condicionan el comportamiento de los agentes. Las implicaciones de estas teorías no se refieren exclusivamente a que los agentes no poseen “información perfecta”; adicionalmente, especifican una estructura de transacciones compuesta por diversos rasgos, como por ejemplo: las transacciones de compra y venta se realizan con dinero; el medio de pago no es una mercancía generada por el sector privado a través del empleo de trabajo; el coste del dinero es mínimo y se asocia, en lo fundamental, a la renuncia del interés; el factor trabajo es trabajo asalariado y no autoempleado; las decisiones de ahorro y de inversión están definidas por grupos compuestos, por lo general, por individuos distintos; los costes de transacción, incluidos los de información, son relativamente bajos, por lo cual a los individuos les resulta barato adquirir o vender activos.

Equilibrio walrasiano

A continuación se describirán los diversos conceptos de la economía no walrasiana en el contexto de una economía monetaria donde un bien, llamado dinero, sirve como numerario,¹ como medio de cambio y de reserva del valor. Se parte del hecho de que hay (L) mercados activos en el período considerado. En cada uno de estos mercados uno de los l bienes no monetarios, indicado por $h = 1, \dots, l$, es intercambiado por dinero al precio p/h . Se denomina p al vector l -dimensional de estos precios. Para simplificar esta exposición, y aunque normalmente las aplicaciones macroeconómicas incluyen explícitamente la producción, aquí se considera una economía de intercambio puro. Los agentes en esta economía están incluidos por $i = 1, \dots, n$.

Considerando que en el principio del período el agente i tiene una cantidad de dinero $\bar{m}_i \geq 0$ y posesiones de bienes no monetarios representados por un vector W_i , con componentes $w_{ih} \geq 0$ para cada bien, un agente i en el mercado h puede hacer una compra $d_{ih} \geq 0$, o una venta $s_{ih} \geq 0$.

Se define la compra neta del bien h como $z_{ih} = d_{ih} - s_{ih}$, y el vector l -dimensional de estas compras netas como Z_i .

Las posesiones del agente i de bienes no monetarios y dinero, x_i y m_i , son, respectivamente:

$$x_i = w_i + z_i \quad (1)$$

$$m_i = \bar{m}_i - p z_i \quad (2)$$

Nótese que la ecuación (2), la cual describe la evolución de las posesiones de dinero, es simplemente la restricción presupuestal para una economía monetaria.

3.1 Equilibrio

Habiendo enunciado la estructura básica institucional de la economía, ahora se describe su equilibrio walrasiano para contrastarlo con los conceptos del equilibrio no walrasiano que se desarrollarán a continuación. Sin embargo, aún es necesario escribir las preferencias de los agentes: el agente i tiene una función de utilidad $U_i(x_i, m_i) = U_i(w_i + z_i, m_i)$, la cual se asumirá en adelante estrictamente cóncava en sus argumentos.²

1 El numerario no es dinero; de hecho, como señaló Hicks, es una unidad de medida que el economista utiliza para explicarse a sí mismo lo que los comerciantes están haciendo.

2 El dinero entra en la función de utilidad porque es valorable, como reserva de valor y como medio de cambio. Estas funciones se detallarán más tarde en los modelos macroeconómicos dinámicos subsecuentes. También es de notar que alguna forma de "dinero real", y no dinero nominal como en este caso, deberá entrar en la función de utilidad. Esto supondría adicionar algunos nuevos argumentos de precios en la función de utilidad, ya que estos argumentos no desempeñan un papel en lo que sigue, pues son omitidos por el bien de la simplicidad.

Como se indicó, se asume que cada agente está en disposición de intercambiar tanto como pueda en cada mercado, transmitiendo así las demandas y las ofertas que maximizan su utilidad, sujeto a su restricción presupuestal. La función de demanda neta walrasiana, $z_i(p)$, es la solución z_i del siguiente programa:

$$\begin{aligned} \max. & U_i(w_i + z_i, m_i) \text{ s.a} \\ & pz_i + m_i = \bar{m}_i \end{aligned}$$

Esto da como resultado un vector de demandas netas walrasianas $z_i(p)$, con el que se evidencia que no hay “demanda de dinero”, ya que no hay un mercado para el dinero sino únicamente mercados de varios bienes contra el dinero. Un vector de precios de equilibrio walrasiano p^* está definido por la condición de que todos los mercados se vacían, a saber:

$$\sum_{i=1}^n z_i(p^*) = 0 \quad (3)$$

El vector de transacciones realizadas por el agente i es igual a $z_i(p^*)$. Las asignaciones del equilibrio walrasiano poseen un número de propiedades de bienes que, por su construcción, son consistentes tanto en el ámbito individual como en el de mercado, así como también son óptimas en el sentido de Pareto por lo tanto, es imposible encontrar una asignación que fuera así de buena para todos los agentes y estrictamente mejor para al menos uno de ellos. Más adelante se contrastará esta propiedad con las propiedades de suboptimalidad del equilibrio no walrasiano.

3.2 Esquemas de racionamiento y señales de cantidad³

Según la literatura keynesiana y poskeynesiana que, cuando los mercados no se vacían, hay que distinguir cuidadosamente entre transacciones y demandas efectivas. Tómese por ejemplo un mercado particular h . Las transacciones llevadas a cabo por los agentes i están denotadas como $d_{ih}^* \geq 0$ (para una compra) o $s_{ih}^* \geq 0$ (para una venta). Las compras y las ventas agregadas son idénticas:

$$D_h^* = \sum_{i=1}^n d_{ih}^* = \sum_{i=1}^n s_{ih}^* = S_h^* \quad \forall h \quad (4)$$

No obstante, en este mercado las demandas y las ofertas efectivas, denotadas $\tilde{d}_{ih}$ y $\tilde{s}_{ih}$, no necesariamente se balancean en lo agregado, así que a menudo se tendrá:

$$\tilde{D}_h = \sum_{i=1}^n \tilde{d}_{ih} \neq \sum_{i=1}^n \tilde{s}_{ih} = \tilde{S}_h \quad (5)$$

Para mantener las notaciones de manera más compacta, se trabajará con las demandas netas $\tilde{z}_{ih}$ y con transacciones netas $\tilde{z}_{ih}^*$ definidas por:

$$\tilde{z}_{ih} = \tilde{d}_{ih} - \tilde{s}_{ih}, \quad z_{ih}^* = d_{ih}^* - s_{ih}^* \quad (6)$$

Ahora bien, desde cualquier conjunto posible de demandas y ofertas inconsistentes, el proceso de intercambio genera transacciones consistentes; algún racionamiento ocurre necesariamente, el cual puede tomar varias formas, dependiendo de la organización particular del mercado h . Se denomina *esquema de racionamiento* a la representación matemática de cada organización específica. Más formalmente:

Definición 1. El esquema de racionamiento en el mercado h está descrito por un conjunto de n funciones:

3 Con respecto al análisis de los esquemas de racionamiento y señales, ver Dreze (1975) y Benassy (1993).

$$z_{ih}^* = F_{ih}(\tilde{z}_{1h}, \dots, \tilde{z}_{nh}), \quad i = 1, \dots, n \quad (7)$$

Tal que

$$\sum_{i=1}^n F_{ih}(\tilde{z}_{1h}, \dots, \tilde{z}_{nh}) = 0 \quad \text{Para todo } \tilde{z}_{1h}, \dots, \tilde{z}_{nh} \quad (8)$$

Se asume, por lo general, que F_{ih} es continua, no decreciente en Z_{ih} y no incremental en otros argumentos.

3.3 Propiedades de los esquemas de racionamiento

A continuación se revisan brevemente, en este contexto más general, tres propiedades importantes que un esquema de racionamiento puede satisfacer potencialmente: intercambio voluntario, eficiencia del mercado y no manipulabilidad.

Se dice que existe *intercambio voluntario* en el mercado h si ningún agente puede ser forzado a adquirir más de lo que él demanda, o a vender más de lo que ofrece. Esto es expresado como

$$d_{ih}^* \leq \tilde{d}_{ih}, \quad s_{ih}^* \leq \tilde{s}_{ih}, \quad \text{para todo } i \quad (9)$$

o, equivalente en términos algebraicos, a

$$|z_{ih}^*| \leq |\tilde{z}_{ih}|, \quad z_{ih}^* \cdot \tilde{z}_{ih} \geq 0, \quad \text{para todo } i \quad (10)$$

En la realidad la mayoría de los mercados cumplen con esta condición, y se asumirá en este texto que el intercambio voluntario siempre se mantiene. Bajo este supuesto los agentes son clasificados en dos categorías: agentes no racionados, para los cuales $\tilde{z}_{ih} = z_{ih}^*$, y agentes racionados, que comercian menos de lo que quieren.

La segunda propiedad posible es aquella de la *eficiencia del mercado*, o la *ausencia de fricciones*, según la cual un esquema de racionamiento es eficiente, o sin fricciones, si no se pueden identificar simultáneamente un demandante racionado y un oferente racionado en el mercado

correspondiente. Junto con la suposición de intercambio voluntario, esto implica la regla del “lado corto”, la cual está expresada en términos de las demandas netas como:

$$\left(\sum_{i=1}^n \tilde{z}_{jh} \right) \cdot \tilde{z}_{ih} \leq 0 \Rightarrow z_{ih}^* = \tilde{z}_{ih} \quad (11)$$

Es posible identificar que la eficiencia del mercado no siempre se mantiene, especialmente para un mercado agregado. No obstante, y por fortuna, esta hipótesis no es necesaria para la mayoría de los conceptos microeconómicos presentados en las siguientes secciones.

Asimismo, existe una tercera propiedad importante de los esquemas de racionamiento: la *no manipulabilidad*. Un esquema de racionamiento no es manipulable si un agente, una vez racionado, no puede incrementar el nivel de sus transacciones al incrementar su demanda o su oferta. Para caracterizar la propiedad de no manipulabilidad más formalmente, es conveniente separar $\tilde{z}_{ih}$ de las otras demandas netas en el mismo mercado, y así escribir un esquema de racionamiento en la forma

$$z_{ih}^* = F_{ih}(\tilde{z}_{ih}, \tilde{z}_{-ih}), \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

Con

$$\tilde{z}_{-ih} = \{\tilde{z}_{jh} \mid j \neq i\} \quad (13)$$

donde $\tilde{z}_{-ih}$ es el conjunto de todas las demandas netas en el mercado h , excepto para la demanda del i -ésimo agente.

Definición 2. El esquema de racionamiento en el mercado h no es manipulable si puede ser escrito bajo la siguiente forma por todos los agentes i :

$$F_{ih}(\tilde{z}_{ih}, \tilde{z}_{-ih}) = \begin{cases} \min[\tilde{z}_{ih}, G_{ih}^d(\tilde{z}_{-ih})] & \text{Si } \tilde{z}_{ih} \geq 0 \\ \max[\tilde{z}_{ih}, -G_{ih}^s(\tilde{z}_{-ih})] & \text{Si } \tilde{z}_{ih} \leq 0 \end{cases} \quad (14)$$

donde

$$G_{ih}^d(\tilde{z}_{-ih}) = \max\{\tilde{z}_{ih}, F_{ih}(\tilde{z}_{ih}, \tilde{z}_{-ih}) = \tilde{z}_{ih}\} \geq 0 \quad (15)$$

$$G_{ih}^s(\tilde{z}_{-ih}) = -\min\{\tilde{z}_{ih}, F_{ih}(\tilde{z}_{ih}, \tilde{z}_{-ih}) = \tilde{z}_{ih}\} \geq 0 \quad (16)$$

En palabras, $G_{ih}^d(\tilde{z}_{-ih})$ y $G_{ih}^s(\tilde{z}_{-ih})$ se trata simplemente de las demandas y las ofertas más grandes del agente i que pueden ser satisfechas, dadas las demandas y las ofertas de otros agentes.

3.4 Señales de cantidad

Anteriormente se presentó cómo las transacciones ocurren en un mercado que no se vacía. En dicho mercado, cada agente recibe, en adición a la tradicional señal de precios, algunas señales de cantidad. En lo que sigue se enfatizará en los mercados que satisfacen las propiedades

de intercambio voluntario y no manipulabilidad⁴. Estos pueden estar representados como:

$$z_{ih}^* = \begin{cases} \min(\tilde{z}_{ih}, \tilde{d}_{ih}), & \tilde{z}_{ih} \geq 0 \\ \min(\tilde{z}_{ih}, -\tilde{s}_{ih}), & \tilde{z}_{ih} \leq 0 \end{cases} \quad (17)$$

o de manera más compacta por

$$z_{ih}^* = \min\{\tilde{d}_{ih}, \max(\tilde{z}_{ih}, -\tilde{s}_{ih})\} \quad (18)$$

Con

$$\tilde{d}_{ih} = G_{ih}^d(\tilde{z}_{-ih}), \quad \tilde{s}_{ih} = G_{ih}^s(\tilde{z}_{-ih}) \quad (19)$$

Las cantidades $\tilde{d}_{ih}$ y $\tilde{s}_{ih}$ que se denominarán *restricciones percibidas*, son las señales de cantidad que el agente i recibe en el mercado h en adición al precio p_h . Se verá en las siguientes secciones cómo la introducción de estas señales de cantidad desempeña un papel fundamental en las teorías de la demanda y del precio, y que sus consideraciones permiten ampliar considerablemente el conjunto de posibles equilibrios.

4 Se excluye la manipulabilidad, debido a que los esquemas manipulables llevan a un fenómeno perverso de “sobreoferta” que previene el establecimiento de un equilibrio (ver Benassy, 1993).

Equilibrio con precios fijos

Un primer concepto del equilibrio no walrasiano es el equilibrio con precios fijos⁵. Este concepto es de interés por muchas razones: primero, presenta una estructura muy general del equilibrio no walrasiano cuando, bajo ciertas condiciones blandas, el equilibrio con precios fijos existe para cada sistema positivo de precios y para cada conjunto de esquemas de racionamiento; segundo, como se verá en el capítulo “Fijación de precios y equilibrio general”, el equilibrio con precios fijos es un bloque esencial para construir otros conceptos de equilibrio no walrasiano con precios flexibles, y tercero, el estudio de sus propiedades de optimalidad (o incluso su suboptimalidad) será aplicable también a otros conceptos.

Se asume, por tanto, que el sistema de precios p está dado; como se indicó, son considerados esquemas de racionamiento no manipulables en todos los mercados. De acuerdo con esto, las transacciones y las señales de cantidades son generadas en todos los mercados según las fórmulas vistas (ecuaciones 12 y 19).

Sin embargo, es posible hacer la notación aún más compacta, representando las funciones de racionamiento y las restricciones percibidas que conciernen a un agente i (ecuaciones 12 y 19) como funciones vectores:

$$z_i^* = F_i(\tilde{z}_i, \tilde{z}_{-i}) \quad (20)$$

$$\tilde{d}_i = G_i^d(\tilde{z}_{-i}), \tilde{s}_i = G_i^s(\tilde{z}_{-i}) \quad (21)$$

donde $\tilde{z}_i$ es el vector de demandas expresado por el agente i , y $\tilde{z}_{-i}$ el conjunto de todos estos vectores por todos los agentes, excepto el agente i .

Inmediatamente se observa que todo lo que permanece para ser hecho, con el motivo de obtener un concepto de equilibrio con precios fijos, es determinar cómo las mismas demandas efectivas son formadas.

4.1 Demanda y oferta efectiva

Considérese un agente i enfrentado a un vector de precios p y a vectores de restricciones percibidas, $\tilde{d}_i$ y $\tilde{s}_i$. Así se verá cómo el agente puede escoger un vector de demandas efectivas $\tilde{z}_i$ que lo lleva a la mejor transacción posible. Se parte, para esto, de la definición de demanda efectiva en un mercado h , como el

5 El concepto es desarrollado con los aportes de Dreze (1975) y Silvestre (1978).

intercambio que maximiza la utilidad después de tomar en cuenta las restricciones de los otros mercados.

Definición 3. La demanda efectiva del agente i en el mercado h , la cual se denota como $\tilde{\zeta}_{ih}(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i)$, es la solución en z_{ih} del siguiente programa A_h :

$$\begin{aligned} \max U_i(w_i + z_i, m_i) & \quad \text{s.a} \\ pz_i + m_i &= m_i \\ -\tilde{s}_{ik} \leq z_{ik} \leq \tilde{d}_{ik}, & \quad k \neq h \end{aligned}$$

Gracias a la estricta concavidad de U_i se obtiene la función. Repitiendo este programa para todos los mercados $h = 1, \dots, I$, se tiene como resultado una función vector de demandas efectivas, $\tilde{\zeta}_{ia}(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i)$.

Hasta aquí se trata solo de una definición. Para calificar como un vector de demanda legítimo $\tilde{\zeta}_{ia}(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i)$ debe ser mostrado como la conducción al mejor vector de transacciones. Para encontrar esta mejor transacción, es evidente que las transacciones del agente i en el mercado h están limitadas al intervalo dado por las restricciones percibidas $-\tilde{s}_{ik} \leq z_{ik} \leq \tilde{d}_{ik}$. Así que su mejor transacción es la solución en z_i del siguiente programa A_0 :

$$\begin{aligned} \max U_i(w_i + z_i, m_i) & \quad \text{s.a} \\ pz_i + m_i &= m_i \quad (A_0) \\ -\tilde{s}_{ik} \leq z_{ik} \leq \tilde{d}_{ik}, & \quad h = 1, \dots, I, \end{aligned}$$

Ya que la función U_i es estrictamente cóncava, la solución es única y se denota como $\zeta_i^*(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i)$. Ahora resta probar que $\tilde{\zeta}_i$ conduce a la mejor transacción ζ_i^* , esto es, en términos matemáticos, que la siguiente proposición se mantiene:

Proposición 1. El vector de demandas efectivas $\tilde{\zeta}_{ih}(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i)$ conduce a la mejor transacción, a saber:

$$\min\{\tilde{d}_{ih}, \max[\tilde{\zeta}_i(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i), -\tilde{s}_{ih}]\} = \zeta_{ih}^*(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i) \quad (22)$$

Aunque trivial, la prueba es un poco rústica (ver apéndice). Además de conducir a la mejor transacción, la función de demanda efectiva tiene una segunda propiedad: cuando quiera que una restricción presupuestal está atada a un mercado h , la demanda (u oferta) correspondiente es mayor que la restricción o la transacción, lo que “señala” al mercado que el agente comercia menos de lo que querría. Resulta que esta propiedad es importante para evadir el equilibrio trivial (Benassy, 1993).

Se desprende, de la definición 3, que dependiendo de la cantidad en que las restricciones se encadenan, la demanda efectiva puede tomar varias formas funcionales. Esto explica intuitivamente por qué los modelos no walrasianos generalmente tienen múltiples regímenes, como lo demuestran los modelos de tres bienes y tres regímenes que en este texto no se incluyen.

4.2 Versiones de equilibrios con precios fijos⁶

Con la definición precedente de demanda efectiva se puede dar una definición de un equilibrio con precios fijos (Benassy, 1993), el cual se denominará un equilibrio K .

Definición 4. Un equilibrio K asociado a un sistema de precios p y a esquemas de racionalización representados por las funciones F_i , $i = 1, \dots, n$, es un conjunto de demandas efectivas $\tilde{\zeta}_i$, transacciones z_i^* , y restricciones percibidas $\tilde{d}_i$ y $\tilde{s}_i$ tal que

$$\tilde{z}_i = \tilde{\zeta}_i(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i) \quad \forall i \quad (a)$$

$$z_i^* = F_i(\tilde{z}_i, \tilde{z}_{-i}) \quad \forall i \quad (b)$$

$$\tilde{d}_i = G_i^d(\tilde{z}_{-i}), \tilde{s}_i = G_i^s(\tilde{z}_{-i}) \quad \forall i \quad (c)$$

6 El tema de unicidad de un equilibrio se basa en los desarrollos de Schultz (1983) y Benassy (1993).

Así, en un equilibrio K con precios fijos, la cantidad de las restricciones $\tilde{d}_i$ y $\tilde{z}_i$, de donde los agentes construyen sus demandas efectivas (condición a), son las que serán generadas por el proceso de intercambio (condición c). En caso de equilibrio los agentes tienen una percepción correcta de esas restricciones de cantidad.

El equilibrio definido por las condiciones anteriores existe para todos los precios positivos y para todos los esquemas de racionamiento que satisfacen el intercambio voluntario y la no manipulabilidad (Benassy, 1993). Los datos "exógenos" son consistentes con el sistema de precios y los esquemas de racionamiento en todos los mercados F_i , $i = 1, \dots, n$, por lo que es posible preguntarse si para tales datos exógenos dados el equilibrio es único. Una respuesta positiva es provista por Schultz (1983), quien mostró que el equilibrio es único si los efectos de goteo de un mercado a otro son menores al 100% en términos de valor. Por ejemplo, en el modelo tradicional keynesiano más simple, esto estaría en términos de asumir una propensión a consumir más pequeña que 1, lo que es una condición algo intuitiva. Por lo tanto, se asume que las condiciones para la unicidad están satisfechas, y se denotarán por $\tilde{Z}_i(p)$, $Z_i^*(p)$, $\tilde{D}_i(p)$ y $\tilde{S}_i(p)$ los valores de $\tilde{z}_i$, z_i^* , $\tilde{d}_i$, y $\tilde{s}_i$ en un equilibrio de precios fijos.

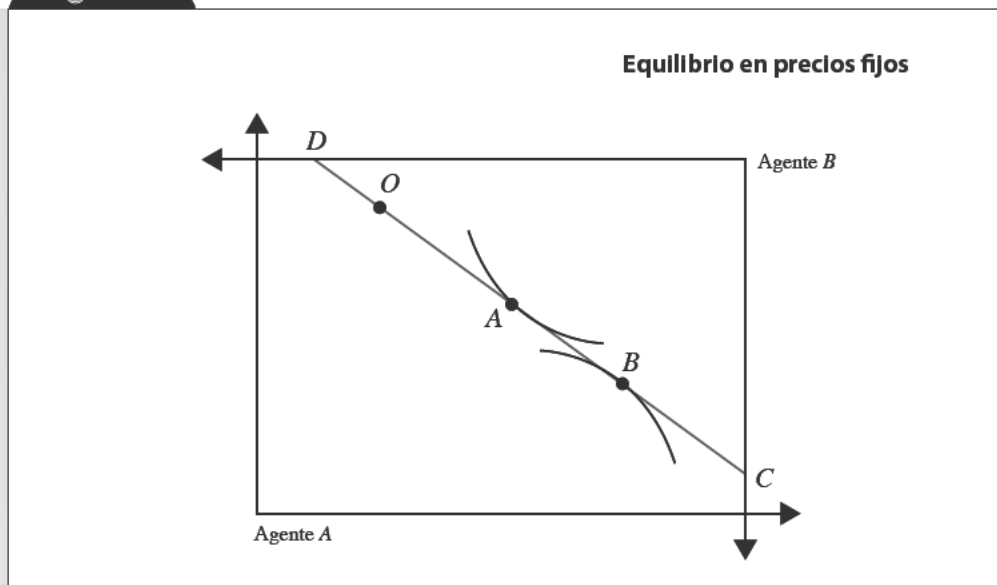
A continuación se toma un simple ejemplo de un equilibrio en precios fijos, la tradicional caja de Edgeworth (figura 1), que representa un mercado sencillo donde los agentes A y B intercambian un bien (horizontalmente medido) contra el dinero (verticalmente medido).

En la figura 1 el punto O corresponde a las dotaciones iniciales, DC es la línea presupuestal de los dos agentes al precio p , y A y B son los puntos de tangencia de las curvas de indiferencia con la línea presupuestal.

Midiendo el nivel de los intercambios sobre la línea OC, se ve que el agente A demanda una cantidad OA, y el agente B ofrece una cantidad OB. Ellos intercambian en el mínimo de estas dos cantidades, llamadas OA, y el agente B es racionado. Las restricciones percibidas son, respectivamente, OA para el agente B y OB para el agente A. El agente B está constreñido en su oferta, mientras que A no está constreñido.

Se pueden decir unas pocas palabras acerca de las propiedades de las asignaciones en un

Figura 1



Fuente: Benassy (1993).

equilibrio K a precios fijos: primero, en un mercado particular h las transacciones de los varios agentes son, por construcción, mutuamente consistentes, ya que estas resultan de esquemas de racionamiento:

Las demandas y las ofertas no necesitan estar balanceadas; no obstante, y en un mercado particular, se pueden tener tres categorías diferentes de agentes:

$$\sum_{i=1}^n z_{ih}^* = 0 \quad \forall h \quad (23)$$

- Agentes no racionados, tales que $z_{ih}^* = \tilde{z}_{ih}$
- Demandantes racionados, tales que $\tilde{z}_{ih} > z_{ih}^* = \tilde{d}_{ih}$
- Oferentes racionados, tales que $\tilde{z}_{ih} < z_{ih}^* = -\tilde{s}_{ih}$

Nótese que como este concepto permite esquemas de racionamiento ineficientes, puede

haber tanto demandantes racionados como oferentes racionados en el mismo mercado. Si, no obstante, el esquema de racionamiento en el mercado considerado carece de fricción, a lo sumo un lado del mercado estará racionado.

Si ahora se considera un agente particular i , se verá que su vector de transacciones z_i^* es el mejor, tomando en cuenta las restricciones percibidas en todos los mercados. Esto es así debido a que la demanda efectiva está construida de esa manera para que fuese flexible precisamente ante este intercambio óptimo (ver apéndice). Matemáticamente z_i^* es la solución en z_i del programa A_0 ya visto:

$$\max U_i(w_i + z_i, m_i) \quad \text{s.a}$$

$$pz_i + m_i = m_i \quad (A_0)$$

$$-\tilde{s}_{ik} \leq z_{ik} \leq \tilde{d}_{ik}, \quad h = 1, \dots, l,$$

Un concepto alternativo

Se presenta a continuación un concepto alternativo de un equilibrio de precios fijos, debido a Dreze (1975),⁷ el cual se reformará usando las notaciones expuestas en el presente texto. Este concepto se confronta directamente con los vectores de transacciones z_i^* y con las restricciones de cantidad $\tilde{d}_i$ y $\tilde{s}_i$. En el concepto original de Dreze se consideró el ra-

cionamiento uniforme, por lo cual los vectores $\tilde{d}_i$ y $\tilde{s}_i$ eran los mismos para todos los agentes.

Definición 5. Un equilibrio D a precios fijos para un conjunto dado de precios p está definido como un conjunto de vectores de transacciones z_i^* , y de restricciones de cantidad $\tilde{d}_i$ y $\tilde{s}_i$, tales que

$$\sum_{i=1}^n z_{ih}^* = 0 \quad \forall h \quad (a)$$

El vector z_i^* es una solución en z_i de

$$\max U_i(w_i + z_i, m_i) \quad \text{s.a} \quad (b)$$

$$pz_i + m_i = m_i$$

$$-\tilde{s}_{ik} \leq z_{ik} \leq \tilde{d}_{ik}, \quad h = 1, \dots, l,$$

$$\forall h, \quad (c)$$

$$z_{ih}^* = \tilde{d}_{ih} \quad \text{para algún } i \text{ implica} \quad z_{jh}^* > -\tilde{s}_{jh} \quad \forall j$$

$$z_{jh}^* > -\tilde{s}_{jh} \quad \text{para algún } i \text{ implica} \quad z_{jh}^* < \tilde{d}_{jh} \quad \forall j$$

⁷ Dreze (1975) prueba la existencia de tal equilibrio en el caso más general de precios variables entre límites dados.

En cuanto a la interpretación de estas condiciones, se tiene que la condición (a) es el requerimiento natural de que las transacciones deben balancearse en cada mercado, y la condición (b) dice que las transacciones deben ser individualmente racionales, lo que indica que estas deben maximizarse sujetas a la restricción presupuestal y a las restricciones de cantidad en todos los mercados. En las notaciones de las subsecciones precedentes, $z_i^* = \xi_i^*(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i)$.

Es de notar que el uso de las restricciones de cantidad bajo la forma de límites superiores e inferiores máximos en los intercambios asume, implícitamente, esquemas de racionamiento que exhiben tanto intercambio voluntario como no manipulabilidad, como se vio en el capítulo correspondiente a esquemas de racionamiento y señales de cantidad.

Por su parte, la condición (c) dice, en términos generales, que el racionamiento puede afectar bien la oferta o bien la demanda, pero no a ambas simultáneamente. Se reconoce aquí, con una formalización diferente, la condición de eficiencia del mercado que está así construida

dentro de esta definición de equilibrio (que no se encontraba en la definición previa).

Dreze (1975) probó que un equilibrio, de acuerdo con la definición 3, existe para todos los sistemas de precios positivos y para esquemas de racionamiento uniformes, bajo las suposiciones de concavidad tradicional para las funciones de utilidad. El concepto es fácilmente extendido a algunos límites no uniformes (Grandmont & Laroque 1976; Greenberg & Müller 1979), pero en este caso no está especificado en el concepto cómo los déficits son asignados entre demandantes u oferentes racionados. Gracias a esto, habrá usualmente una infinidad de equilibrios con precios fijos correspondientes a un precio dado, tan pronto como hayan dos agentes racionales, o más, en un lado del mercado.

Como se evidenció en las subsecciones precedentes, los dos conceptos están, implícita o explícitamente, basados en una representación de mercados bajo la forma de esquemas de racionamiento que satisfacen el intercambio voluntario y la no manipulabilidad. Esto sugiere que, si en la primera definición se asume que todos los esquemas de racionamiento son libres de fricción, las dos definiciones deberían consentir grupos similares de asignaciones de equilibrio para un sistema dado de precios. Esto fue, de hecho, probado por Silvestre (1978) para economías de intercambio y de producción.

Fijación de precios y equilibrio general

A continuación se describe un concepto de equilibrio general que implica la fijación descentralizada de precios por los agentes internos al sistema. Los fijadores de precios usan sus precios para “manipular” las restricciones de cantidad que enfrentan (p. ej., para incrementar o disminuir sus compras o ventas posibles). Como resultado, el concepto de equilibrio con fijadores de precios será cercano, en esencia, a los modelos de equilibrio general con competencia imperfecta, como lo desarrollan de manera notable Negishi (1962) y Marschak y Selten (1974).

6.1 El marco general

Considérese un marco análogo aquel de la competencia monopolística, donde un agente i controla los precios de un subconjunto (posiblemente vacío) H_i de los bienes. El precio de cada bien está controlado por un solo agente, así que

$$H_i \cap H_j = \{\emptyset\}, \quad i \neq j \quad (24)$$

Se denota con p_i al conjunto de precios controlado por el agente i , y con p_{-i} a todos los otros precios:

$$p_i = \{p_h | h \in H_i\} \quad (25)$$

$$p_{-i} = \{p_h | h \notin H_i\} \quad (26)$$

Se puede, además, subdividir H_i entre H_i^d (bienes demandados por i) y H_i^s (bienes ofrecidos por i). El agente i aparece como un monopolista en los mercados $h \in H_i^s$ y como un monopsonista en los mercados $h \in H_i^d$. Como cada fijador de precios está únicamente en su lado del mercado, sus restricciones de cantidad están dadas simplemente por

$$\tilde{s}_{ih} = \sum_{j \neq i} \tilde{d}_{jh} = \tilde{D}_h, \quad h \in H_i^s \quad (27)$$

$$\tilde{d}_{ih} = \sum_{j \neq i} \tilde{s}_{jh} = \tilde{S}_h, \quad h \in H_i^d \quad (28)$$

Cada agente i escoge su vector de precios p_i , tomando los otros precios p_{-i} como dados. La estructura de equilibrio es un equilibrio de Nash en precios, correspondiente al marco usual de competencia monopolista.

Con el objetivo de formular el problema de la formación de los precios como una decisión estándar, lo que se necesita conocer ahora es cómo las restricciones enfrentadas por un agente en todos los mercados varían como una función de los precios que el agente impone. En otras palabras, hay que construir las *curvas de demanda objetivo* del fijador de precios.

6.2 Curvas de demanda objetivo

La idea implícita detrás de la aproximación de la curva de demanda objetivo es que cada fijador de precios sabe suficiente de la economía para estar dispuesto a calcular, bajo todas las circunstancias, las actuales restricciones de cantidad que afrontaría (p. ej., la demanda o la oferta total de los agentes que lo enfrentan). Puesto que se considera el equilibrio de Nash en los precios, un fijador de precios debe estar dispuesto a realizar sus cálculos para cualquier precio p_i que establezca, así como para cualquier valor p_{-i} de los precios de los otros; esto es, debe estar dispuesto a calcular sus restricciones para cualquier vector de precios p , una vez que todos los efectos de retorno de cantidades han sido tomados en cuenta.

Como se vio en el capítulo “Equilibrio con precios fijos”, para una organización dada de la economía (incluyendo notablemente los esquemas de racionamiento) y para un conjunto dado de precios p , un equilibrio con precios fijos está caracterizado por vectores de demandas netas $\tilde{Z}_i(p)$, transacciones $\tilde{Z}_i^*(p)$ y restricciones percibidas $\tilde{D}_i(p)$ y $\tilde{S}_i(p)$.

Si el agente tiene conocimiento completo de los parámetros de la economía (una suposición fuerte, desde luego, pero que está enclavada en la noción de una curva de demanda objetivo), entonces él sabe esto y las curvas de demanda y oferta objetivo en el mercado h simplemente estarán dadas, respectivamente, por la función $\tilde{S}_{ih}(p)$ si es un vendedor, y por $\tilde{D}_{ih}(p)$ si es un demandante. Más aún, en vista de las ecuaciones (27) y (28) es posible observar que estas curvas objetivo pueden ser expresadas bajo la forma alternativa:

$$\tilde{S}_{ih}(p) = \tilde{D}_h(p), \quad (29)$$

$$\tilde{D}_{ih}(p) = \tilde{S}_h(p) \quad (30)$$

Ahora que se tiene esta definición general de las curvas de demanda y oferta objetivo, es fácil definir la mejor respuesta de precios para cada fijador de precios:

Definición 6. El precio óptimo p_i para el agente i , dados los otros precios p_{-i} , es la solución en p_i del siguiente programa:

$$\max U_i(w_i + z_i, m_i) \quad \text{s.a.}$$

$$pz_i + m_i = \tilde{m}_i$$

$$-\tilde{S}_i(p) \leq z_i \leq \tilde{D}_i(p)$$

Esto llega al óptimo precio del agente i como una función de los precios de los otros agentes:

Por lo tanto, es posible proceder a la definición de un equilibrio:

$$p_i = \psi_i(p_{-i}) \quad (31)$$

Definición 7. Un equilibrio con fijadores de precios está caracterizado por un conjunto de precios y cantidades $p_i^*, \tilde{z}_i^*, z_i^*, \tilde{d}_i^*, \tilde{s}_i^*$, $i = 1, \dots, n$, tal que

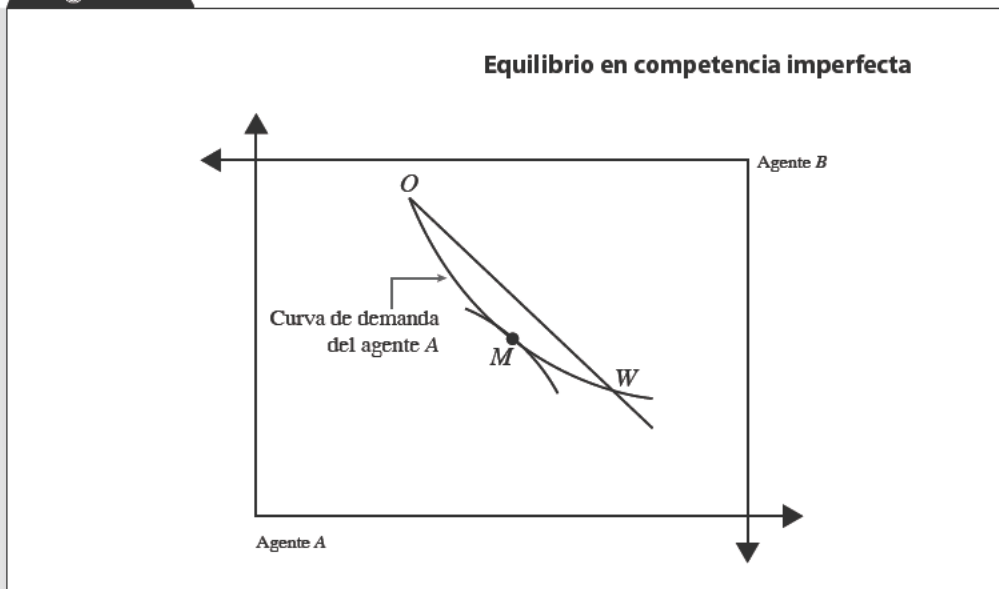
$$p_i^* = \psi_i(p_{-i}^*) \quad \forall_i \quad (a)$$

$$\tilde{z}_i^*, z_i^*, \tilde{d}_i^* \text{ y } \tilde{s}_i^* \quad (b)$$

forman un equilibrio con precios fijos para el vector de precios p^* , esto es, son iguales, respectivamente, a $\tilde{Z}_i(p^*), Z_i^*(p^*), \tilde{D}_i(p^*)$ y $\tilde{S}_i(p^*)$ para todo i .

Puede hallarse una descripción en las aplicaciones macroeconómicas de este concepto en Benassy (1993). A continuación se visualizará este concepto usando otra vez la caja de Edgeworth (figura 2).

Figura 2



Fuente: Benassy (1993).

Supóngase que el agente B (el vendedor) coloca el precio. La curva de demanda objetivo está dada por la demanda del agente A, y corresponde al locus⁸ de los puntos de tangencia entre varias líneas presupuestales y curvas de indiferencia de A. Esto está delineado como la línea curva OMW en la figura 2, donde W es el punto walrasiano. El punto de equilibrio es entonces simplemente el punto M, el punto de tangencia de esta curva con la curva de indiferencia de B, la cual alcanza para el agente B la mayor utilidad posible dada la conducta de demanda objetivo de A. El precio escogido por B corresponde, por supuesto, a la pendiente de la línea OM.

6.3 Optimalidad

Una gran virtud del equilibrio walrasiano es la propiedad de optimalidad de Pareto. Por lo tanto, es natural preguntar si la gran clase de asignaciones en el equilibrio no walrasiano posee la propiedad de optimalidad pareto o, incluso, una propiedad de optimalidad más débil,

tomando en cuenta el hecho de que los agentes intercambian a precios “errados”. Como se verá, estas dos preguntas tienen usualmente respuestas negativas. Antes de empezar a estudiar estos dos criterios, primero se caracterizará dicho equilibrio de manera diferencial.

6.4 Una caracterización del equilibrio

Ya que la más amplia clase de asignaciones no walrasianas es aquella correspondiente al equilibrio de precios fijos (la de la sección previa contiene estrictamente asignaciones imperfectamente competitivas), se estudiarán a continuación las propiedades de optimalidad del equilibrio de precios fijos. Como se vio en el capítulo “Equilibrio con precios fijos”, las transacciones en un equilibrio de precios fijos son la solución en z_i al programa A_0 :

8 Locus es el conjunto o configuración de todos los puntos cuyas coordenadas satisfacen una ecuación sencilla, o una o más condiciones algebraicas.

$$\max U_i(w_i + z_i, m_i) \quad \text{s.a}$$

$$pz_i + m_i = \bar{m}_i \quad (A_0)$$

$$-\tilde{s}_{ik} \leq z_{ik} \leq \tilde{d}_{ik}, \quad \forall h$$

Llámense λ_i y δ_{ih} los multiplicadores Kuhn-Tucker de las restricciones anteriores. Las condiciones Kuhn-Tucker para este programa pueden ser escritas, asumiendo un máximo interior, como

$$\frac{\partial U_i}{\partial m_i} = \lambda_i \quad (32)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial z_{ih}} = \lambda_i p_h + \delta_{ih} \quad (33)$$

El multiplicador λ_i puede ser interpretado como la utilidad marginal del ingreso por el agente i , y δ_{ih} es un índice de racionamiento para el agente i en el mercado h :

$\delta_{ih} = 0$ si i no está constreñido en el mercado h ($z_{ih} = \bar{z}_{ih}$).

$\delta_{ih} > 0$ si i está constreñido en su demanda por el bien h ($0 \leq z_{ih}^* \leq \bar{z}_{ih}$).

$\delta_{ih} < 0$ si i está constreñido en su oferta del bien h ($\bar{z}_{ih} < z_{ih}^* \leq 0$).

Se denominará “precio sombra” del bien h a la tasa $(\partial U_i / \partial z_{ih}) / (\partial U_i / \partial m_i)$. Las siguientes relaciones permiten calcular el precio sombra del bien h para el agente i como:

$$\frac{\partial U_i / \partial z_{ih}}{\partial U_i / \partial m_i} = p_h + \frac{\delta_{ih}}{\lambda_i} \quad (34)$$

Es posible ver que el precio sombra del bien h es mayor, igual o menor que p_h , dependiendo de si el agente i está constreñido en su demanda, no está constreñido o está constreñido en su oferta en el mercado h .

Se usarán los resultados concluyentes para estudiar las propiedades de optimalidad del equilibrio con precios fijos. Antes de empezar, es necesario adicionar una observación más a la suposición: está claro que sería muy fácil mostrar que los equilibrios con precios fijos son ineficientes en algunos mercados que, por sí mismos, funcionan de manera ineficiente. Así, se asumirá en lo que sigue que todos los mercados carecen de fricción. Esto implica inmediatamente que los números δ_{ih} equivaldrán a cero para, al menos, todos los agentes en el lado corto de cada mercado h .

6.5 Optimalidad de Pareto

Ahora es posible plantear la pregunta sobre si las asignaciones con precios fijos tienen la propiedad del óptimo de Pareto. Desde un punto de vista heurístico es evidente, primero, que la restricción del intercambio ante precios fijos no necesariamente excluye la optimalidad de Pareto.

Esto conduce a la intuición de que la eficiencia requeriría intercambio forzado y, de manera inversa, que el intercambio voluntario generalmente implicaría ineficiencia. Esto es estudiado por Silvestre (1985), quien mostró rigurosamente que la optimalidad de Pareto y el intercambio voluntario se satisfacen solo en la asignación walrasiana.

Además, es posible ver directamente por qué los equilibrios con precios fijos generalmente no son óptimos de Pareto. Por eso se tendrá en cuenta, primero, la caracterización diferencial de un óptimo de Pareto. Tal óptimo puede ser obtenido maximizando una suma ponderada de las utilidades de los agentes, sujeto a las restricciones usuales de suma:

$$\max \sum_{i=1}^n v_i U_i(w_i + z_i, m_i) \quad \text{s.a}$$

$$\sum_{i=1}^n z_{ih} = 0, \quad h=1, \dots, l$$

$$\sum_{i=1}^n m_i = \sum_{i=1}^n \tilde{m}_i$$

Las condiciones Kuhn-Tucker para tal programa pueden ser reescritas de manera tradicional:

$$\frac{\partial U_i / \partial z_{ih}}{\partial U_i / \partial m_i} = \rho_h, \quad i = 1, \dots, n \quad (35)$$

esto es, el precio sombra de cada bien h deberá ser el mismo para todos los agentes.

Así se evidencia por qué los equilibrios con precios fijos no son óptimos de Pareto: en un mercado h hay siempre algunos agentes que no están constreñidos (p. ej., los que se encuentran en el lado corto). Para esos agentes, en vista de la caracterización anterior (ecuación 34), el precio sombra para el bien h es igual a p_h . Si la asignación es un óptimo de Pareto el precio sombra debe ser el mismo para todos los agentes (ecuación 35) e igual a p_h para todos los agentes. Esto implica que

$$\delta_{ih} = 0 \quad \forall i, \forall h \quad (36)$$

Por tanto, ninguno de los agentes está constreñido en todos los mercados, lo que significa que se está frente a un equilibrio walrasiano.

6.6 Optimalidad constreñida de Pareto⁹

Se investigará ahora una noción demandante de la optimalidad, debida a Uzawa (1962), que tiene en cuenta el hecho de que los intercambios tienen lugar en un sistema de precios dados. Se dirá entonces que una asignación es un óptimo constreñido de Pareto si no hay una asignación que: 1) satisface las condiciones de factibilidad física; 2) satisfice las restricciones presupuestales por el vector de precios dado p , y 3) que Pareto domina la asignación considerada.

No obstante lo anterior, esta propiedad no se extiende generalmente a un caso de múltiples mercados. De hecho, retornando al contexto general, es notorio que una asignación óptima constreñida de Pareto puede ser obtenida

como una solución del siguiente programa, donde las v_i son medidas arbitrarias positivas:

Nótese que no es necesario describir la

$$\max \sum_{i=1}^n v_i U_i(w_i + z_i m_i) \quad \text{s.a}$$

$$\sum_{i=1}^n z_{ih} = 0 \quad \forall h$$

$$p z_i + m_i = \tilde{m}_i \quad \forall i$$

restricción de factibilidad para el dinero, ya que se asume desde las condiciones Kuhn-Tucker para este programa. Se describen mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial U_i / \partial z_{ih}}{\partial U_i / \partial m_i} = p_h + \mu_i \delta_h \quad (37)$$

donde las μ_i son positivos y los números δ_h pueden tener cualquier signo. Si ahora se comparan los precios sombra en un óptimo constreñido de Pareto (ecuación 37) con aquellos en un equilibrio con precios fijos (ecuación 34), se evidencia que un óptimo constreñido de Pareto se obtendrá solo bajo circunstancias muy especiales. Como la ecuación (37) muestra, un agente i debería estar constreñido en todos los mercados donde δ_h es diferente de cero (si $\mu_i \neq 0$) o no constreñido en ninguno (si $\mu_i = 0$). Un caso particular en el que esto ocurre es la situación del desempleo clásico en el modelo de tres bienes; dicha situación tiene poca evidencia empírica si varios mercados no se vacían.

Existen, de hecho, otros casos en los que la optimalidad constreñida no se puede mantener estructuralmente. Considérese, por ejemplo, una situación generalizada de exceso de oferta, donde típicamente cada agente está constreñido

9 Las propiedades de la optimalidad constreñida son investigadas por Uzawa (1962), Clower (1965) y Leijonhufvud (1968).

en los bienes que vende ($\delta_{ih} < 0$) y no constreñido para los bienes que compra ($\delta_{ih} = 0$). En tal caso, no hay manera de que los precios sombra, ante un equilibrio con precios fijos, puedan ser escritos en la forma dada por la ecuación (37), y el equilibrio correspondiente será, por tanto, subóptimo, incluso teniendo en cuenta la restricción de que el intercambio debe ser hecho a los precios dados. Una situación semejante ocurre con los excesos generalizados de demanda (este sería un caso de suboptimalidad).

Por lo general, se espera la suboptimalidad donde hay muchos mercados con excesos de demanda del mismo signo, situación que además conduce a efectos multiplicadores (ver Benassy, 1993). Como primer ejemplo, considérese el caso, típico en la teoría keynesiana, de dos mercados, h y k , ambos en exceso de oferta. Asimismo, considérense dos agentes, i y j , siendo i un oferente racionado en k y un demandante no racionado en h , siendo j un oferente racionado en h y un demandante no racionado en k . Las condiciones vistas con anterioridad conducen a

Por tanto, i y j estarían interesados en

$$\frac{1}{p_h} \frac{\partial U_i}{\partial z_{ih}} = \frac{\partial U_i}{\partial m_i} > \frac{1}{p_k} \frac{\partial U_i}{\partial z_{ik}} \quad (38)$$

$$\frac{1}{p_k} \frac{\partial U_i}{\partial z_{jk}} = \frac{\partial U_i}{\partial m_j} > \frac{1}{p_h} \frac{\partial U_i}{\partial z_{jh}} \quad (39)$$

intercambiar bienes h y k directamente entre sí con los precios p_h y p_k , lo que sugiere un simple intercambio-mejora de Pareto. Desde luego, en ausencia de una "doble coincidencia de necesidades", tales intercambios-mejoras

de Pareto serían mucho más complejos y, asimismo, sería más difícil alcanzarlos para los agentes descentralizados.

6.7 Cadenas multiplicadoras

Generalizando la situación precedente, es posible definir *cadenas multiplicadoras* a lo largo de las cuales un fenómeno similar puede ocurrir. Específicamente, se define una cadena multiplicadora de demanda como un conjunto de k comerciantes ($i_1, \dots, i_k$) y k bienes ($h_1, \dots, h_k$) cuyos mercados están en exceso de oferta, y tales que

$$\begin{aligned} i_1 & \text{ está } \begin{cases} \text{constreñido en su oferta de } h_1 \\ \text{no constreñido en su demanda por } h_2 \end{cases} \\ i_2 & \text{ está } \begin{cases} \text{constreñido en su oferta de } h_2 \\ \text{no constreñido en su demanda por } h_3 \end{cases} \\ & \dots\dots\dots \\ i_k & \text{ está } \begin{cases} \text{constreñido en su oferta de } h_k \\ \text{no constreñido en su demanda por } h_1 \end{cases} \end{aligned}$$

La razón por la cual esto se denomina una cadena multiplicadora es fácil de entender si se considera el efecto de un choque de demanda exógeno, es decir, una caída de la demanda del bien h_i . El agente i_1 , estando más constreñido en su oferta del bien h_1 , reducirá su demanda del bien h_2 ; esto constreñirá al agente i_2 en la oferta del bien h_2 , así que este reducirá su demanda del bien h_3 , y así se continúa. Cada disturbio inicial, en el lado de la demanda de uno de los k mercados, es transmitido con el mismo signo a todos los mercados de la cadena¹⁰ y retorna finalmente al mercado inicial, lanzando una nueva ola de desajustes y alcanzando así un efecto multiplicador. Por lo general, varias cadenas diferentes de este tipo existirán si hay excesos de oferta en cualquier mercado. Los efectos multiplicadores de la demanda pueden ser observados especialmente en el caso de exceso general de oferta. Desde luego, en un

10 Se asume aquí implícitamente que una reducción constreñida en las ventas de un bien conduce a una reducción en la demanda efectiva de otros bienes, lo que se toma como un caso "normal".

caso semejante (aunque menos observado en la realidad), los efectos multiplicadores de la oferta pueden elevarse con ocasión de un exceso general de demanda.

Es fácil, además, construir para esta cadena multiplicadora de demanda un conjunto de intercambios-mejoras

paretianas ante un conjunto dado de precios. La existencia de posibilidades de intercambio no realizado en el ámbito de la economía, por consiguiente, sugiere que en tales casos la intervención del Gobierno puede mejorar la situación del sector privado.

Conclusiones

En este artículo se construyó un modelo que indaga la posibilidad de establecer un equilibrio general con múltiples mercados. Al hacerlo, se generalizó el usual equilibrio walrasiano a un conjunto de situaciones mucho más diversas, incorporando mercados que no se vacían, así como la competencia imperfecta.

Para facilidad y simetría de la exposición, se describieron explícitamente conceptos de equilibrio general para dos casos extremos: uno con todos los precios rígidos, otro con todos los precios flexibles, en un régimen

de competencia imperfecta. Evidentemente, varios conceptos intermedios, con cualquier combinación de precios fijos o flexibles, pueden ser contruidos. Además, los así llamados precios rígidos no deben ser pensados siempre como rígidos, puesto que pueden estar simplemente prefijados para un solo período. Las posibilidades pueden ser exploradas con los macromodelos dinámicos que actualmente tienen amplios desarrollos.

Apéndice. Prueba de la proposición 1

Teniendo en cuenta algunas definiciones dadas, el vector de transacciones óptimas $\zeta_{ih}^*(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i)$ es la solución en z_i al programa A_0 :

$$\begin{aligned} \max U_i(w_i + z_i, m_i) \quad & \text{s.t} \\ pz_i + m_i &= \tilde{m}_i \\ -\tilde{s}_{ih} \leq z_{ih} &\leq \tilde{d}_{ih}, \quad \forall h \end{aligned} \quad (A_0)$$

y la demanda efectiva en el mercado h , $\zeta_{ih}(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i)$ es la solución en z_{ih} al programa A_h :

$$\begin{aligned} \max U_i(w_i + z_i, m_i) \quad & \text{s.t} \\ pz_i + m_i &= \tilde{m}_i \\ -\tilde{s}_{ik} \leq z_{ik} &\leq \tilde{d}_{ik}, \quad h \neq k \end{aligned} \quad (A_h)$$

Ahora, es posible establecer y probar la proposición 1:

Proposición 1. *El vector de demandas efectivas $\zeta_{ih}(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i)$ conduce a la mejor transacción, a saber*

$$\min\{\tilde{d}_i, \max[\zeta_i(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i), -\tilde{s}_i]\} = \zeta_i^*(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i) \quad (40)$$

La prueba define

$$z_i^* = \min\{\tilde{d}_i, \max[\zeta_i(p, \tilde{d}_i, s_i), -\tilde{s}_i]\} \quad (41)$$

La proposición es probada al demostrar la igualdad de $\tilde{z}_i$ y $\zeta_{ih}^*(p, \tilde{d}_i, \tilde{s}_i)$, componente por componente. En efecto, debe mostrarse que $z_{ih}^* = \zeta_{ih}^*$ es para todo h . Tres casos pueden emerger:

Primero, $-\tilde{s}_{ih} \leq \zeta_{ih} \leq \tilde{d}_{ih}$. Esta desigualdad implica, por la definición $\tilde{z}_i$, que $z_{ih}^* = \zeta_{ih}$.

En este caso, las restricciones en el mercado h no están inmersas y las soluciones a los programas A_0 y A_h son las mismas, lo que implica $\zeta_{ih}^* = \tilde{\zeta}_{ih}$.

Las dos inecuaciones previas llegan a

$$z_{ih}^* = \zeta_{ih}^* \quad (42)$$

Segundo, $\tilde{\zeta}_{ih} > \tilde{d}_{ih}$. Esta inecuación implica, de acuerdo con la definición de $\tilde{z}_i$, que $z_{ih}^* = \tilde{d}_{ih}$. La restricción $\tilde{d}_{ih}$ está inmersa, y debido a la estricta concavidad de la función de utilidad, se tiene $\zeta_{ih}^* = \tilde{d}_{ih}$. Combinando las dos igualdades anteriores, se obtiene

$$z_{ih}^* = \zeta_{ih}^* \quad (43)$$

Tercero, $\tilde{\zeta}_{ih} < -\tilde{s}_{ih}$. Esta inecuación implica, de acuerdo con la definición de $\tilde{z}_i$, que $z_{ih}^* = -\tilde{s}_{ih}$. Esta restricción $\tilde{s}_{ih}$ está inmersa, y dada la estricta concavidad de la función de utilidad, se tiene $\zeta_{ih}^* = -\tilde{s}_{ih}$. Combinando las dos igualdades previas se obtiene

$$z_{ih}^* = \zeta_{ih}^* \quad (44)$$

La igualdad $z_{ih}^* = \zeta_{ih}^*$ se sostiene en los tres posibles casos, lo que prueba la proposición.

Bibliografía

- Benassy, J. P. (June, 1993). Nonclearing Markets: Microeconomic concepts and macroeconomic applications. *Journal of Economic Literature*, XXXI, 732-61.
- Clower, R. W. (1965). The Keynesian Counterrevolution: A theoretical appraisal. In F. H. Hahn and F. P. R. Brechling (Eds.), *The Theory of Interest Rates* (pp. 103-25). London: Macmillan.
- Dreze, J. H. (1975). Existence of an Exchange Equilibrium under Price Rigidities. *International Economic Review*, 16, 301-320.
- Grandmont J., M. & Laroque, G. (1976). On Keynesian temporary equilibria. *Review of Economic Studies*, 43, 53-67.
- Greenberg, J. & Muller, H. (1979). Equilibria under prices rigidities and externalities. In O. Moeschlin and D. Pallaschke (Eds.), *Game Theory and Related Topics*. Amsterdam: North Holland Publishing Co.
- Hicks, J. R. (1937). *Valor y capital* (caps. 2 y 3). México: Fondo de Cultura Económica.
- Leijonhufvud, A. (1968). *On Keynesian Economics of Keynes*. Oxford: Oxford University Press.
- Marschak, T. & Selten, R. (1974). *General Equilibrium with Price-Making Firms*. Berlin: Springer.
- Negishi, T. (1962). Monopolistic Competition and General Equilibrium. *Review of Economic Studies*, 28, 199-228.
- Schultz, N. (1983). On the global uniqueness of fix price equilibria. *Econometrica*, 51, 47-68.
- Silvestre, J. (Mar, 1978). Increasing Returns in General Non-Competitive Analysis. *Econometrica*, 46(2), 397-402.
- Silvestre, J. (1985). Voluntary and Efficient Allocations are Walrasian. *Econometrica*, 53, 807-816.
- Tobin, J. (1993). Price Flexibility and Output Stability: An old Keynesian view. *The Journal of Economics Perspective*, 7(1), 45-65.
- Uzawa, H. (1962). On the stability of Edgeworths barter process. *International Economic Review*, 3, 218-32.
- Walras, L. (1954). *Elements d'économie politique pure*. Lausanne: Corbaz.

La impresión de esta obra se terminó
en noviembre de 2012 en Digiprint
Bogotá, D. C., Colombia