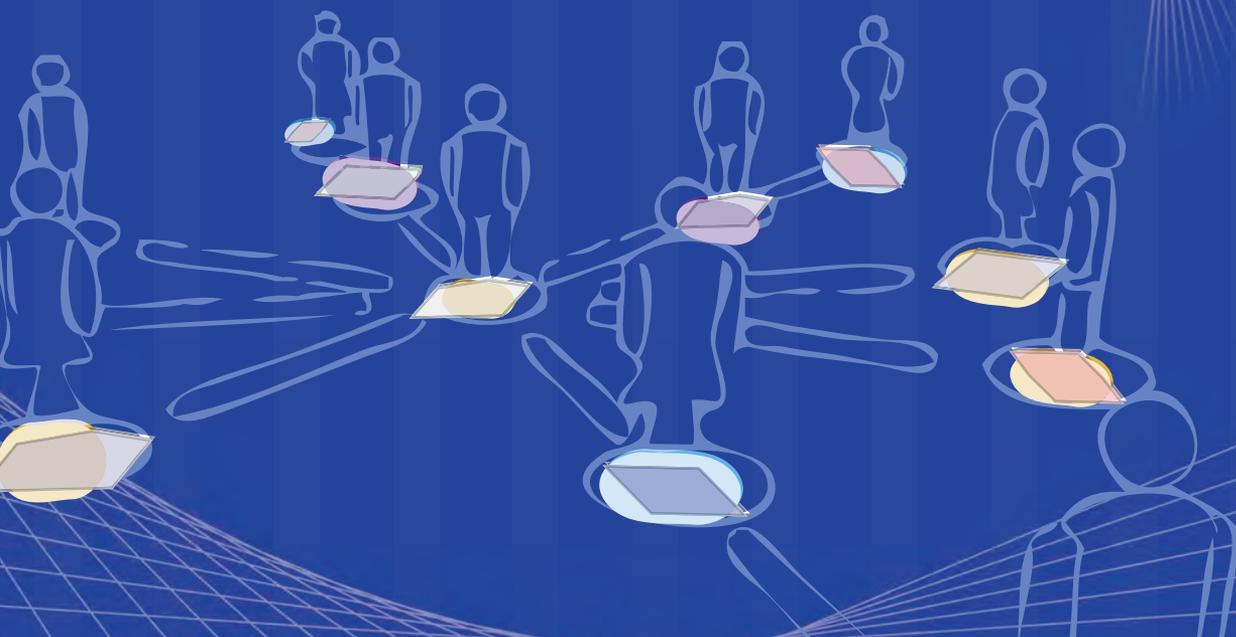




Argumentación

para el aprendizaje
colaborativo
de la matemática



manual

Grupos TECNICE, KISHURIM,
TECNIMAT Y GIDSAW



Argumentación
para el aprendizaje colaborativo
de la matemática

Argumentación para el aprendizaje colaborativo de la matemática

manual

Grupos TECNICE, KISHURIM,
TECNIMAT Y GIDSAW

Editores

Luis F. Maldonado G.
Raúl Drachman
Reuma De Groot





Una publicación de: Red Nacional Académica de Tecnología Avanzada (RENATA), Universidad Central, Universitaria de Investigación y Desarrollo y Universidad Hebrea de Jerusalén, mediante Contrato IF-002-10.

Título: Argumentación para el aprendizaje colaborativo de la matemática

ISBN de PDF: 978-958-26-0278-9

Primera edición: abril de 2012

Proyecto de investigación: Efecto del ejercicio de la argumentación y del monitoreo de las variables centralidad y cohesión de grupo sobre el desarrollo de competencias matemáticas y la deserción estudiantil

Grupos de investigación: TECNICE, KISHURIM, TECNIMAT Y GIDSAW

Equipo de investigación: Luis F. Maldonado, Raúl Drachman, Reuma De Groot, Jairo Gutiérrez, Orlando Muñoz, Ricardo Bernal, Adriana Lizcano, David Macías, Edel Serrano, Eva Cecilia Vargas, Gloria E. Rodríguez Molina, Myriam S. Rodríguez y Ricardo Vicente Jaime.

Editores: Luis Facundo Maldonado Granados, Raúl Drachman, Reuma De Groot

Ediciones Universidad Central

Carrera 5 N.º 21-38. Bogotá, D. C., Colombia

Tel.: 334 49 97; 323 98 68, exts.: 2353 y 2356

editorial@ucentral.edu.co

Catalogación en la Publicación Universidad Central

Argumentación para el aprendizaje colaborativo de la matemática : manual /editores Luis Facundo Maldonado Granados, Raúl Drachman, Reuma De Groot ; equipo de investigación Luis Facundo Maldonado Granados ...

[y otros trece] -- Bogotá : Ediciones Universidad Central, 2012.

166 páginas : ilustraciones ; 24 cm.

ISBN de PDF: 978-958-26-0278-9

Cofinanciado por RENATA, Universidad Central, Universitaria de Investigación y Desarrollo y Universidad Hebrea de Jerusalén. Contrato IF-002-10.

1. Matemáticas - Enseñanza
 2. Matemáticas – Investigaciones
 3. Matemáticas – Innovaciones tecnológicas
- I. Maldonado Granados, Luis Facundo, editor
II. Drachman, Raúl, editor
III. De Groot, Reuma, editora
IV. Universidad Central. Facultad de Ingeniería. Departamento de Matemáticas

510.72 –dc23

PTBUC/RVP

PRODUCCIÓN EDITORIAL

Departamento de Comunicación y Publicaciones

Dirección: Edna Rocío Rivera P.

Coordinación editorial: Héctor Sanabria R.

Diagramación y

diseño de carátula: Alexander Casas Castro

Corrección de textos: Ómar A. León Carreño.



Publicado bajo licencia
Creative Commons 4.0
Internacional

Contenido

Introducción	
La argumentación matemática	9
La demostración formal matemática y la construcción de significado.....	10
La argumentación en matemáticas es integradora de la dimensión formal con significado	13
La argumentación en el aprendizaje de la matemática desarrolla las diferenciaciones propias del pensamiento crítico	14
La argumentación desarrolla la capacidad de diálogo y comprensión, base para formar colectivos de aprendizaje y de desarrollo profesional	14
Formación de competencias para representar conocimiento, comunicación y diálogo interdisciplinar.....	15
Referencias	16
Capítulo 1	
Argumentación en el acompañamiento como estrategia para el aprendizaje exitoso y el control de la deserción	17
Introducción	17
Antecedentes	17
Organización para la atención diferenciada de estudiantes	20
La guía de acompañamiento	23
La lógica de los problemas y acompañamiento efectivo	25
El monitoreo	27
El Automonitoreo	29
Estrategias de aprendizaje	31
Referencias	33

Capítulo 2

Ontologías argumentativas en matemáticas 37

Introducción	37
Aspectos metodológicos de la construcción de ontologías argumentativas en el aprendizaje de la matemática	38
Construcción de ontologías argumentativas en matemáticas.....	39
Manual para el estudiante.....	42
Manual para el docente.....	48
Conclusión.....	54

Capítulo 3

Organización de estructuras de competencias matemáticas 55

Introducción	55
Dimensiones de la competencia matemática	56
El modelo objeto-competencias.....	62
Matriz de competencias para el curso de Matemáticas I.....	66
Conclusión.....	68
Referencias.....	68

Capítulo 4

Recursos en línea para el aprendizaje basado en argumentación 71

Introducción	71
Estructura del aula.....	72
Componentes.....	72
Objetos virtuales de aprendizaje y su organización.....	77
Conclusión.....	119
Referencias.....	119

Capítulo 5	
Diseño de casos para argumentación matemática	121
Introducción	121
Aspectos metodológicos para el diseño de casos	121
Ejemplo de la experiencia del diseño de un caso	123
Conclusión	125
Capítulo 6	
Moderación de la argumentación en matemáticas	127
Introducción	127
Análisis de las discusiones en Digalo	128
Condiciones de un buen moderador	131
Orientaciones para la moderación de actividades de discusión al usar Digalo	134
Gestión de las redes de aprendizaje construidas mediante argumentación	138
La perspectiva de las redes sociales	140
Conclusión	143
Referencias	143
Capítulo 7	145
Argumentación en línea y construcción de redes sociales	145
Introducción	145
Antecedentes	146
Marco conceptual	148
Metodología	150
Análisis de datos	151
Discusión	158
Conclusión	159
Referencias	161
Conclusiones generales	165

Introducción

La argumentación matemática

Luis F. Maldonado
Raúl Drachman
Reuma De Groot

Este manual, que surge del convencimiento de que la argumentación cumple un papel fundamental en el proceso de aprendizaje de la matemática, tiene como propósito facilitar a los profesores la tarea de incluir las prácticas argumentativas en sus clases. De esta manera, su enfoque es eminentemente práctico, si bien es resultado de la revisión tanto de investigaciones previas como de prácticas sistemáticas. En suma, su horizonte es facilitar el diseño de ambientes y elementos para el desarrollo de las actividades argumentativas de aprendizaje de la matemática.

El texto expone la experiencia y el conocimiento de los autores desde la perspectiva de que otros puedan utilizar sus aportes y agregar más contribuciones con el objetivo de fortalecer un movimiento pedagógico con interés especial en los procesos argumentativos y en la consolidación de redes sociales de aprendizaje. De acuerdo con el enfoque del proyecto del cual se deriva este documento, el interés está centrado en:

- Optimizar el desarrollo de competencias conceptuales, operativas y modelativas en niveles superiores a los alcanzados por la transmisión unidireccional o por la ejercitación individual en problemas corrientes.
- Desarrollar competencias de comunicación y explicación de la matemática.
- Consolidar redes sociales de aprendizaje matemático.

De esta forma, se espera mejorar las condiciones de éxito académico de los estudiantes universitarios y contrarrestar la deserción asociada a su bajo rendimiento en matemáticas.

La demostración formal matemática y la construcción de significado

En matemáticas, un sistema lógico formal es el resultado de un proceso constructivo mediante el cual se definen: *los símbolos*, a la manera de un alfabeto, que posibilitan la organización de fórmulas bien formadas, representativas de las proposiciones del sistema sin atender a los significados; *las reglas de transformación*, o sucesión de posibles estados equivalentes de una proposición cualquiera ($E_1, E_2, E_3 \dots E_s$), y *las reglas de inferencia* que permiten, a partir de un conjunto de proposiciones tomadas como las iniciales del sistema, obtener de manera válida nuevas proposiciones permitidas en el sistema; esto es, los teoremas. La demostración matemática es, entonces, un proceso de derivación de conclusiones válidas a partir de expresiones iniciales bien formuladas. En un sistema lógico formal, la semántica está dada por la asignación de valores de verdad a las proposiciones, con la aceptación de la verdad de las proposiciones iniciales.

Por otra parte, puede decirse que la argumentación tiene origen en la discusión en donde una tesis se enfrenta a tesis alternativas de solución a un problema. Su origen, vinculado a la retórica, hace que su finalidad sea convencer a posibles opositores.

Los matemáticos formalistas sostienen que en su campo no cabe la discusión ni la argumentación. Por ejemplo, si vamos a “demostrar” que la suma de dos números impares es un número par, existe una prueba formal que no admite discusión. Esto no quiere decir que no se necesite imaginación, como lo expresaría una posible crítica del antiformalismo. En efecto, es necesario contar con conocimientos previos y buscar las posibilidades de transformación mediante la integración de estos conocimientos o eventualmente haciendo algún descubrimiento de fórmulas no conocidas. Tal vez seríamos extremistas si negáramos el diálogo como un medio de creación que hace de la demostración un proceso sinérgico. En cada paso de la solución del problema habría un menú de alternativas de equivalencias posibles para generar la siguiente transformación sin violar el principio de igualdad; algunas de ellas tendrían que ser descartadas,

bien sea por no generar una transición conducente a la solución o porque definitivamente violan el principio de igualdad. Todo este proceso es un escenario fecundo para el diálogo y la construcción colectiva que quizá pudiéramos llamar “argumentación matemática”, como lo plantea Lakatos (1974).

Diferente a lo anterior es si nos preguntan por el “significado” de la expresión “la suma de dos números impares es un número par”. Tendríamos que explicitar una ontología que abarca los conceptos de: “suma”, como operador; “número”, como nombre para clases de conjuntos; “par” e “impar”, como categorías de números. Posiblemente si nuestra actitud es formalista, rechazaríamos la argumentación y las diferentes formas de ver los estados sucesivos que genera la solución o la solución en comparación con el sistema de inicio. Nuevamente, al menos, sería posible el diálogo que complementa la identificación de significados asociados a la estructura ontológica.

Otra situación bien diferente se presenta cuando nos preguntamos por situaciones en las cuales una estructura específica puede ser útil. En este caso, nos pondríamos en la tarea de leer sistemas externos, en el entorno, a partir de estructuras formales. Si hallamos un sistema tal que tenga la estructura expresada por el sistema matemático o sistema formal, diríamos que el caso particular es una interpretación del sistema formal. Desde una visión extrema de formalismo, se negaría la argumentación, pues se sostendría que no hay lugar para opiniones ni visiones alternativas. Desde una posición más abierta, la tarea se resolvería en un proceso de elaboración de visiones de sistemas concretos a partir de diferentes perspectivas y de la búsqueda de relaciones isomorfas y, con más frecuencia, de isomorfismos ocultos en estructuras que se pueden demostrar como homomorfas. La lectura del contexto y el encuentro productivo de lecturas desde diferentes perspectivas crean un escenario para la interpretación de los sistemas del entorno mediante el uso de estructuras matemáticas. Un caso más sencillo de interpretación es aquel en donde se interroga si un sistema particular es una interpretación de una expresión formal.

En un enfoque de matemática estrictamente formalista, el universo de las competencias matemáticas se circunscribe al dominio de las habilidades para hacer demostraciones formales; pero, por otra parte, si el interés por el significado está vigente, la competencia para el manejo del sistema ontológico específico tendría su lugar propio. El manejo eficiente de una estructura de conceptos es la base para que se pueda actuar en el universo de la matemática. Pedagógicamente el interés por el aprendizaje significativo es un buen derrotero de la

formación universitaria. Más aún, si hay interés para que la matemática sea útil, habrá un lugar en la formación de las competencias para interpretar los sistemas formales y, en consecuencia, se abrirá el escenario del modelamiento.

En la lógica del razonamiento expuesto, encontramos que las actividades argumentativa y demostrativa son diferentes, pero no opuestas, sino complementarias. Ambas están naturalmente orientadas a la solución de un problema y son potencialmente valiosas para la creación. La demostración puede ser una producción individual o de un colectivo, cooperativa –no sincrónica– o colaborativa –sincrónica–. La actividad argumental es un proceso sincrónico y colaborativo en el cual hay secuencia de mensajes interdependientes, expresados por un individuo o por varios individuos, que generan la transformación de una expresión inicial que se presenta como activador. Si a un escritor se le formula una pregunta, este genera una posible respuesta, acude a información para validar su respuesta y para asignarle un valor de verdad y, si es falsa, genera otra respuesta posible. Por su parte, si a un grupo de personas se le plantea una pregunta, se produce una secuencia de pasos gracias a la intervención de los actores del grupo: cada intervención es un activador para que los otros participantes presenten nuevos mensajes.

Al tiempo que afinamos el enfoque que guía este trabajo, podemos resumir lo anterior diciendo que más que analizar o describir el papel de “la argumentación en matemáticas” lo que verdaderamente nos interesa es el papel de “la argumentación al servicio de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas”; aunque, por razones prácticas, no siempre precisaremos esta diferenciación al referirnos al tema en lo que sigue. Esta redefinición de nuestro propósito, a primera vista sutil, permite esquivar también cualquier problema relacionado con una actitud más o menos formalista del investigador en cuanto al papel de la argumentación en las matemáticas.

En otras palabras, no discutimos aquí sobre verdades o no-verdades lógicas, sino sobre cómo puede contribuir la argumentación para que los conceptos matemáticos involucrados y su manipulación sean comprendidos y utilizados con provecho, y hasta con gusto. En este sentido, “argumentación” envuelve, en este manual, también todas las acciones que, antes, durante y después de la actividad argumentativa misma, apoyan a los estudiantes y a sus profesores en la consecución de esa meta pedagógica. Esto implica, entre otras cosas, las cuestiones relacionadas con: la selección del tema (una unidad curricular o parte de ella) que se tratará en una discusión argumentativa en

un pequeño grupo de estudiantes; el diseño de la actividad para aprovechar al máximo las herramientas tecnológicas (incluyendo la selección de una estructura ontológica adecuada); la formulación de la(s) pregunta(s) y de la guía de la discusión para que la argumentación surja naturalmente, genere interés, propicie el razonamiento y favorezca el aprendizaje; el aprovechamiento de las diferencias entre los caminos elegidos (y los resultados obtenidos) por distintos grupos de estudiantes para complementar el proceso y fijar mejor los conocimientos; etc. En fin, esta es la perspectiva adoptada en este proyecto que, junto con la experiencia acumulada de todos sus participantes, estimuló la creación de este manual como aporte original para apoyar a los maestros y profesores de matemáticas en el uso efectivo de la argumentación en sus clases.

En los siguientes apartes de esta introducción, expondremos otras razones para afirmar que la argumentación es un proceso de especial valor en la construcción del significado de las expresiones matemáticas y en el desarrollo de procesos de transferencia a diferentes contextos.

La argumentación en matemáticas es integradora de la dimensión formal con significado

Puestos en el ámbito de la formación en matemáticas, ya sea de quienes aspiran a ser profesionales en esta área o de quienes deban integrar la matemática en el ejercicio de otras disciplinas (como es el caso de la ingeniería), la argumentación en escenarios colaborativos de solución de problemas tiene especial valor para construir el significado de las estructuras conceptuales y para relacionar estos significados con escenarios donde potencialmente se pueda utilizar la estructura matemática para leer la estructura física.

Con base en estas consideraciones, podemos valorar la argumentación en relación con los procesos educativos y de formación. Siguiendo el enfoque de Toulmin (1954), la argumentación puede aportar diferentes formas de una definición formal, ejemplos, relaciones entre conceptos, contraejemplos y refutaciones, etc., y desarrollar de manera dinámica el ejercicio del convencimiento del otro, proceso que contribuye a la consolidación de relaciones significativas en el aprendizaje y en la estructuración de la memoria de quienes participan.

La argumentación en el aprendizaje de la matemática desarrolla las diferenciaciones propias del pensamiento crítico

Los conceptos evolucionan de expresiones en solitario a expresiones que se diferencian de otras expresiones y que determinan sus alcances tanto en las propiedades que las definen –intensión del concepto– como en la determinación del universo de los casos –extensión del concepto–. A partir de la diferenciación conceptual –base del pensamiento crítico–, se pueden construir las interpretaciones y las garantías de su validez.

La argumentación desarrolla la capacidad de diálogo y comprensión, base para formar colectivos de aprendizaje y de desarrollo profesional

El conocimiento humano es indudablemente un proceso social en el que cada construcción nueva se hace, de alguna manera, con apoyo en construcciones previas. La argumentación es una forma especial de comunicación y diálogo por medio de la cual se evalúan producciones anteriores, se reta a los actores a defender las propias y se estimulan y proyectan otras nuevas.

En el área concreta del ejercicio argumentativo, el diseñador de ambientes y procesos dinámicos de aprendizaje se enfrenta a dos problemas:

- No todos los temas o unidades de estudio son ideales de la misma forma y grado para su estudio argumentativo; en consecuencia, la elección de esos temas requiere un análisis y fundamentación previos.
- Para que la argumentación surja y se mantenga con naturalidad es fundamental especificar las actividades en clase y los criterios para el ejercicio de la moderación de las interacciones que propicien un flujo argumentativo consistente con el logro de las metas pedagógicas. Para solucionar este problema, se pueden utilizar los criterios surgidos de la experiencia sistemática previa, a saber: presentar el problema a los estudiantes no sólo como problema de cálculo, sino como invitación a considerar más de una opción de solución; poner en discusión diferentes estrategias de solución; solicitar la explicación de elementos cuya explicación no sea trivial y, en particular, retar el descubrimiento de elementos ocultos o inesperados; requerir atención a casos específicos e interesantes por su actualidad o cotidianidad; invitar a encontrar formas de expresión de un mismo problema y situaciones nuevas en las cuales la solución planteada es válida.

En cuanto a las actividades consideradas básicas en la investigación sobre argumentación matemática, se pueden mencionar las siguientes:

- Búsqueda y formulación de conjeturas, con actividades complementarias como lectura e interpretación de problemas y búsqueda de información de apoyo para su comprensión.
- Prueba o demostración que identifica las consecuencias lógicas de las conjeturas postuladas como solución.
- Registro de pruebas mediante el desarrollo de una cadena de consecuencias lógicas de manera formal.
- Actividades complementarias que presenten generalizaciones posibles.

Formación de competencias para representar conocimiento, comunicación y diálogo interdisciplinar

En la formación matemática, la argumentación genera las capacidades de representación del conocimiento matemático necesarias para la comunicación y el diálogo disciplinar e interdisciplinar.

La argumentación se puede ver como un esfuerzo conjunto de dotar de sentido a las expresiones matemáticas, de ir más allá de la condición actual de aprendizaje mediante la construcción de conjeturas. De esta forma, el aprendizaje se consolida y se integra al ejercicio de la representación para que otros entiendan los propios modelos conceptuales en desarrollo. La integración de expresiones nuevas a las expresiones previas genera riqueza semántica. En este proceso de construcción de significado se generan condiciones para el desarrollo de una unidad cognitiva, de tal manera que al pasar de la actividad de búsqueda a la actividad de prueba, la expresión en forma de estructuras argumentales se torna natural y personal.

Este manual se enfoca en el diseño de entornos que faciliten la argumentación de manera natural y productiva. Se inicia con la presentación de un escenario de acompañamiento y de formación de comunidades de aprendizaje como parte de un sistema mixto de formación, y luego cada capítulo trata del diseño y desarrollo de cada uno de los elementos que pueden hacer productiva la argumentación como poderosa estrategia de formación en el campo de la matemática.

Referencias

- Eemeren, F. H. van, Grootendorst, R., Henkenmans, F. S., Blair, J. A., Johnson, R. H, Krabb, E. C., Plantin, C., Walton, D. N., Willard, C. A., Zarefsky, D. (1996). *Fundamentals of argumentation theory: a handbook of historical background and contemporary developments*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations – the logic of mathematical discovery*. Cambridge, MA: The University Press.
- Schwarz, B. B., Hershkowitz, R. & Prusak, N. (2010). *Argumentation and mathematics*. En Howe, C. & Littleton, K. (Eds.). *Educational dialogues: understanding and promoting productive interaction*, 115-141. Estados Unidos y Canadá: Routledge.
- Toulmin, S. E. (1958). *The uses of argument*: Cambridge: Cambridge University Press.
- http://www.escalate.org.il/Multimedia/upl_doc/D5_1_White_book_v4.pdf
<http://www.escalate.org.il/engsite/home/default.asp>

Capítulo 1

Argumentación en el acompañamiento como estrategia para el aprendizaje exitoso y el control de la deserción

Luis F. Maldonado Granados
Edel M. Serrano Iglesias
Adriana Lizcano Dallos

■ Introducción

Este capítulo presenta un escenario en donde la argumentación adquiere importancia progresiva para los intereses prioritarios de la formación universitaria, y en particular de la enseñanza de las matemáticas. Con el fin de establecer condiciones óptimas para el éxito académico y para disminuir la probabilidad de deserción de los cursos de matemáticas, se organizó un sistema mixto de aprendizaje y se introdujo un escenario de acompañamiento. La solución colaborativa de problemas en contexto dinamizó la consideración de la argumentación como base para consolidar la red de aprendizaje; en esta, actúan de manera autónoma los estudiantes, y los docentes monitorean la solución efectiva de los problemas presentados y la calidad de la participación de cada uno. La introducción del software Argunaut al escenario constituye la innovación dirigida a mejorar la calidad del acompañamiento.

■ Antecedentes

En la Universidad Central el acompañamiento es una iniciativa que se integró como estrategia para el éxito académico de los estudiantes en sus asignaturas. Esta estrategia se creó en el 2004 con el propósito de atender a los

estudiantes que tenían la percepción de que necesitaban mejorar sus conocimientos en matemáticas; en sus inicios, se trató de un grupo de estudio libre, integrado por estudiantes que expresaron la necesidad de desarrollar ejercicios y consolidar sistemas conceptuales. Fue una actividad paralela al curso regular “Matemática básica” que pretendía profundizar en los temas estudiados en las clases, sin introducir tópicos nuevos y con la orientación presencial de la profesora. Todos los estudiantes que participaron en esta primera experiencia aprobaron la asignatura y ninguno desertó. El seguimiento posterior mostró pocos retiros; y en los casos que hubo retiros, estos se atribuyeron a razones económicas. Al parecer, como resultado colateral de la iniciativa se formó una red social compacta de apoyo que incidió en el éxito académico.

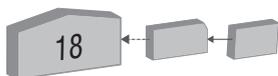
Estos resultados positivos motivaron la extensión de la experiencia a dos grupos nuevos en el siguiente semestre, además se contó con participación de una segunda profesora. En esta ocasión, los estudiantes asistieron de manera voluntaria y la única motivación era estudiar matemática con el propósito de mejorar el desempeño en sus estudios.

La percepción de éxito con los tres grupos iniciales impulsó a que el acompañamiento se introdujera como una práctica regular en la formación matemática. Se definió como espacio académico diferente al del aula de clase, pero articulado a esta como complemento: “Para el mejoramiento de la eficacia en el aprendizaje de la matemática, el proyecto de acompañamiento centrará sus esfuerzos en la estructuración de un ambiente de aprendizaje que combine la orientación del docente con el trabajo independiente realizado por el estudiante...”¹.

Desde la perspectiva del contenido matemático, se consideraron las dimensiones de “lo constructivo y de lo axiomático” en una perspectiva histórica, con un enfoque de solución de problemas tomados del contexto de la ingeniería, en el cual los objetos matemáticos son construidos de acuerdo con tres dimensiones o competencias que deben desarrollarse: conceptual, operativa y modelativa.

En la perspectiva pedagógica, el estudiante determinaba las actividades que quería realizar durante las sesiones de acompañamiento. Esto dio como resultado que el acompañamiento se orientara a: desarrollar talleres o series de ejer-

¹ Departamento de Matemática, 2004. Acompañamiento académico en el área de matemática a los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central.



cicios propuestos por el profesor de la cátedra; revisar los resultados de autoevaluaciones o evaluaciones de temas tratados para seleccionar ejercicios en temas que se valoraban como difíciles e importantes; y desarrollar actividades de práctica. Cabe anotar que el rol del docente se limitó inicialmente a “acompañar” al estudiante en su proceso de estudio y a actuar sólo cuando el estudiante lo solicitara.

El acompañamiento funcionó inicialmente sin otro valor agregado para el estudiante que la ganancia en su aprendizaje. La situación de la primera experiencia, en la cual el mismo profesor de la clase magistral hacía el acompañamiento, evolucionó y los estudiantes se inscribían a este espacio con profesores diferentes. En consecuencia, las inquietudes derivadas de la experiencia de clase también eran diferentes. A pesar de todo este esfuerzo, la asistencia de los estudiantes fue disminuyendo y los profesores generaron diferentes estilos de acción: algunos continuaron con el enfoque inicial, otros plantearon sus propios talleres, otros usaron ese espacio para dictar otra clase magistral y, finalmente, otros desarrollaron la sesión a partir de las preguntas y temas propuestos por los estudiantes para la sesión.

El estado del acompañamiento en este momento, junto con la preocupación por el mejoramiento de la calidad pedagógica y por el fenómeno de la deserción, exigió una evaluación del mismo y la generación de nuevas estrategias que dinamizaran el espacio académico. De esta manera, en el 2008 se introdujo la concepción de “escenarios mixtos de experiencia pedagógica” y el Sistema Pedagógico para el Aprendizaje Exitoso de la Matemática y de las Ciencias –SPAEMC–. Asimismo, se adaptó el aula digital como un escenario de estudio con dos dimensiones: individual y colaborativa. La dimensión colaborativa estuvo soportada por la presentación de problemas en contexto orientados al desarrollo de proyectos colaborativos anclados en procesos argumentativos y con el interés de desarrollar competencias para modelar.

En relación con el acompañamiento, se introdujeron dos modificaciones importantes. La primera se refiere a que la nota del curso es el resultado de la evaluación de tres tipos de actividades: el desempeño en las pruebas practicadas por el profesor titular de la asignatura (60%), el desempeño en las actividades programadas en el aula digital (20%) y el trabajo en las sesiones de acompañamiento (20%). La segunda consistió en incorporar una guía como punto de referencia para la sistematización de las actividades, de modo que el acompañamiento se orientara a lograr los mismos objetivos y competencias planteados por las actividades de la clase presencial y del aula digital,

y garantizara condiciones para el trabajo colaborativo asesorado por el profesor acompañante.

Estas modificaciones estuvieron orientadas a desarrollar tanto el aprendizaje autónomo como las estrategias de aprendizaje y habilidades de trabajo en grupo. En estas condiciones, la organización de la actividad argumentativa fue apareciendo como una condición importante para el buen resultado de esta estrategia pedagógica.

La evaluación experimental de todo este sistema mostró que la nota y la asistencia a las sesiones de acompañamiento son predictores de los resultados en las evaluaciones generales tanto en la asignatura de Matemática básica como en Cálculo diferencial ($F(3,53)=6,5704$ $p<,00074$ en un análisis de regresión). Esto es concluyente para mostrar que el espacio de acompañamiento tiene valor positivo, independientemente de la asignatura en la cual se desarrolle.

La intencionalidad del acompañamiento sigue siendo establecer condiciones para que los estudiantes monitoreen y regulen sus avances en el aprendizaje, logren resultados satisfactorios y mejoren su concepto de autoeficacia en el dominio del conocimiento de su área de estudio. Para esto, el proceso de aprendizaje está activado mediante la presentación de problemas en contexto o casos en forma verbal. Frente a estos problemas, los estudiantes deben, por un lado, identificar el contexto del problema y el significado del texto presentado y, por otro lado, precisar e interpretar la pregunta como un caso de una estructura matemática. En estas condiciones, la argumentación se constituye en la forma de interacción con los compañeros y con el profesor acompañante (que activa las acciones conducentes a la solución del problema) y en la base del monitoreo del aprendizaje para el profesor, los compañeros y el mismo estudiante.

■ Organización para la atención diferenciada de estudiantes

Teniendo en cuenta que la cancelación y la pérdida de asignaturas son indicadores de fracaso académico y de baja calidad del sistema pedagógico, un propósito fundamental del acompañamiento es contrarrestar los factores de riesgo académico identificados en los estudiantes. La investigación previa evidenció que la adaptación al sistema académico es un proceso dinámico que se puede regular. En este sentido, al iniciar cada curso, los resultados de la preparación previa ofrecen luces para guiar el trabajo de acompañamiento (Maldonado, Serrano y Macías, 2010).

a. Estudiantes de primer semestre

Si se trata de estudiantes de primer semestre, el predictor más fuerte del éxito académico son los resultados en las pruebas del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). Al respecto, una buena práctica consiste en tomar los datos del área de matemáticas del ICFES de los estudiantes del curso y ordenarlos de menor a mayor, y luego identificar el tercio superior, el tercio medio y el tercio inferior y resaltarlos con colores diferentes (ver figura 1).

Figura 1. Agrupación con base en tres grupos de rendimiento previo

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
30% superior			
30% medio			
30% inferior			

Una práctica similar consiste en calcular la media e identificar a los estudiantes que están entre la media y una desviación por debajo de la media como un grupo; los que están entre la media y la primera desviación por encima de la media como segundo grupo; los que están por debajo de la primera desviación inferior a la media y los que están por encima de la primera desviación superior a la media como tercer grupo (ver figura 2).

Figura 2. Agrupación a partir del cálculo de la media y de las desviaciones superiores e inferiores

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
Por encima de la primera desviación superior				
De la media a la primera desviación superior				
De la media a la primera desviación inferior				
Por debajo de la primera desviación inferior				

La información sobre la agrupación debe ser confidencial y de conocimiento exclusivo del profesor acompañante y del titular del curso. La razón de esta confidencialidad es el efecto observado en investigaciones replicadas en diferentes contextos que muestra de forma contundente que el hecho de que las personas conozcan estas clasificaciones incide poderosamente en su concepto de autoeficacia. Quienes son conscientes de estar clasificados en categorías bajas tienden a percibirse como predispuestos al fracaso, y quienes conocen que forman parte de las categorías altas tienden a incrementar su confianza en el éxito. La función del profesor es crear en el estudiante la suficiente confianza en sus propias capacidades.

Por otro lado, debe tenerse en cuenta que la investigación ha mostrado que los grupos homogéneos son menos dinámicos que los grupos heterogéneos en cuanto a rendimiento. En consecuencia, el liderazgo académico está vinculado al nivel de desempeño de los integrantes de los grupos, razón por la cual los alumnos de bajo rendimiento se pueden beneficiar con la interacción con compañeros de mejor desempeño. Considerar que el escenario del liderazgo es un escenario de argumentación nos motivó a estudiar sistemáticamente este proceso.

De acuerdo con la investigación, los estudiantes de rendimiento inferior se pueden desanimar antes del primer parcial; en este sentido, el profesor acompañante debe estar cerca de ellos tratando de producir, entre otros, los siguientes efectos:

- Que se sientan valorados positivamente por el profesor en la medida en que se esfuerzan.
- Que se desarrolle una ayuda efectiva de los compañeros, en especial de los estudiantes avanzados.
- Que identifiquen los logros de cada sesión, por pequeños que sean, tanto en el método de estudio como en los resultados en competencias.

La integración temprana de los estudiantes a una red de aprendizaje facilita la superación de las dificultades que puedan surgir después de la primera evaluación parcial y se constituye en una estrategia de permanencia y superación por cuanto se convierte en fuente de apoyo tanto académico como afectivo.

La meta del profesor acompañante es lograr que una vez presentada la primera evaluación todos los estudiantes de rendimiento bajo se promuevan a la categoría superior de rendimiento y que ninguno baje de categoría. Con esto se contrarresta la cancelación de la asignatura o el retiro de la Universidad.

A partir de los resultados de la primera evaluación, se actualiza la clasificación de los grupos. En esta etapa debe tenerse especial cuidado con los estudiantes que quedan en la categoría inferior, pues son especialmente frágiles. Como la investigación señala que esta es la época de mayor cancelación de asignatura e incluso de retiro de la Universidad, se requiere que los profesores titular y acompañante revisen los resultados previos del estudiante (por ejemplo, en las pruebas de Estado o en las actividades de inicio del curso) e interactúen con él para replantear estrategias de estudio y consolidar su actividad en la red de aprendizaje. En especial, es importante organizar actividades de solución colaborativa de problemas (preferiblemente de lo más fácil a lo más difícil), destacando siempre los logros con el fin

de aumentar la motivación y la autoestima frente a la expectativa de mejorar los resultados en la segunda evaluación. En este punto, es fundamental identificar la red social de apoyo al estudiante y definir metas para ese colectivo, pues el apoyo de los compañeros puede ser factor determinante del éxito.

En cuanto a la segunda evaluación, la investigación muestra que los resultados de esta tienen un efecto menor en la deserción que los de la primera; además, cabe anotar que la actualización de las listas para atención diferenciada es una actividad muy importante en esta fase, pues permite verificar si la meta de promoción de categoría surtió efecto. Nuevamente la activación de procesos de solución colaborativa de problemas y el análisis de logros y dificultades y el desarrollo de estrategias de superación se convierten en actividades fundamentales ante la expectativa de la preparación para la prueba final.

b. Estudiantes de segundo semestre en adelante

Los estudios previos muestran que el predictor de éxito más fuerte de los estudiantes de segundo semestre en adelante es el promedio en las asignaturas consideradas como prerrequisito. En el caso de estos estudiantes, la elaboración de listas para atención diferenciada debe tener la misma lógica que las empleadas con los estudiantes de primer semestre: se parte de los datos del curso previo, se actualiza la lista con los resultados de la primera evaluación y luego con los de la segunda. La meta siempre es lograr que todos los estudiantes de la categoría inferior se promuevan a la superior y que no bajen de categoría.

La guía de acompañamiento

El acompañamiento es un componente de un sistema pedagógico orientado a alcanzar competencias; tiene especial sentido desde el aprendizaje autónomo y colaborativo. La investigación muestra que formar la capacidad de dirigir el propio aprendizaje es factor de éxito. Siguiendo a Zimmerman (1986), el aprendizaje autónomo se soporta en las siguientes actividades: planeación y organización de actividades de aprendizaje, monitoreo del propio aprendizaje y autoevaluación de logros. En la tabla 1 se observa una matriz de competencias complementarias que giran alrededor del objeto matemático “números reales y plano cartesiano”; en ella, las actividades de clase magistral, acompañamiento, aula digital, talleres y asesorías tienen la misma dirección. El valor de un sistema mixto como este radica en que cada uno de estos escenarios activa procesos de aprendizaje que son complementarios.

Tabla 1. Extracto de la matriz de competencias sobre “números reales” y “plano cartesiano”

Números reales y plano cartesiano			
Objeto	Competencia conceptual	Competencia operativa	Competencia modelativa
Números reales	<p>Reconocer y clasificar números reales de acuerdo con las características de cada subconjunto: naturales, enteros, racionales e irracionales.</p> <p>Diferenciar el número racional del número irracional en el contexto de los números reales.</p>	<p>Representar elementos de cada conjunto de números reales en diferentes formas: recta real, diagrama de conjuntos, expresión decimal, aplicando los conceptos de orden, densidad, distancia.</p> <p>Resolver ejercicios que hacen uso de los axiomas de orden y de las propiedades de los números reales.</p> <p>Ubicar números reales para representarlos como puntos en la recta numérica.</p>	<p>Expresar, en términos matemáticos, enunciados verbales, aplicando los axiomas de orden, densidad y distancia, las operaciones con sus propiedades definidas en los reales y las diferentes formas de representación.</p> <p>Utilizar diferentes lenguajes para representar un mismo número real.</p>

La planeación y organización de las actividades de aprendizaje está apoyada por las guías de trabajo diseñadas de acuerdo con la matriz de competencias del curso y con el syllabus. Para que la guía sea una estructura útil para el estudiante, debe ser sencilla, de fácil comprensión y manejo, e integrar elementos claves de organización de actividades de aprendizaje (ver figura 3). El ideal es disponer de tantas guías cuantas sesiones de acompañamiento se desarrollen en el semestre. De esta manera, se mantiene la motivación por el trabajo organizado.

Figura 3. Estructura de una guía de acompañamiento

Asignatura:	
Profesor acompañante:	Correo:
Guía de acompañamiento No:	
Objeto matemático:	
Competencia conceptual:	
Problemas para resolver:	
Competencia operativa	
Problemas para resolver:	
Competencia de aplicación	
Problemas para resolver:	

La figura 3 sugiere una estructura básica que puede ser adaptada por el profesor teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

- Los datos de asignatura, nombre del docente acompañante y correo permiten fortalecer una relación personal necesaria; el acompañamiento se ve favorecido en condiciones de buena comunicación; y si el estudiante siente que hay un profesor dispuesto a apoyar su avance personal, su tendencia es a involucrarse positivamente en el logro de los objetivos.
- El número de la guía facilita la organización de un archivo y la referencia a cada guía cuando sea conveniente.
- Esta estructura usa el concepto de *objeto matemático*, que es más técnico, en vez del concepto genérico de tema.
- Con el propósito de formar una manera de pensar en la dirección del aprendizaje efectivo, la estructura familiariza al estudiante con el concepto y las categorías de competencias.
- Los problemas son el activador de los procesos de aprendizaje y concuerdan con el concepto de competencia, en tanto esta se desarrolla y se demuestra en la solución de problemas.
- La guía introduce el concepto de estrategia de aprendizaje que juega un papel fundamental en las actividades de aprendizaje autónomo y colaborativo. La investigación muestra que los estudiantes con dificultades de aprendizaje carecen de estrategias efectivas para lograr el aprendizaje; la capacidad de los docentes para orientar y acompañar está relacionada con su capacidad para orientar la aplicación de un conjunto efectivo de estrategias. La sugerencia es una pauta de referencia que quizá lleve al entrenamiento para el uso de esas estrategias con la orientación del profesor acompañante.
- Los criterios de evaluación son expresiones que permiten tener pautas para identificar el progreso. Si estos criterios son entendidos por el profesor y por el estudiante, el mismo estudiante puede hacer monitoreo de su progreso.

■ La lógica de los problemas y el acompañamiento efectivo

La investigación pedagógica permite afirmar que un buen acompañante de procesos de aprendizaje es hábil para formular problemas y promover la argumentación que conduzca a la solución de los mismos. De esta manera, induce la integración de conocimientos previos con nueva información y la generación de estructuras nuevas de pensamiento.

La enseñanza de la matemática en campos como la ingeniería se beneficia con el estudio de contextos posibles de aplicación de los desarrollos matemáti-

cos; una manera de hacerlo es presentando los problemas en forma de casos que deben ser resueltos mediante procesos de argumentación.

A continuación se sugieren dos formas de práctica para sesiones de acompañamiento que han sido validadas por investigadores con resultados muy positivos.

a. Modelo 1

Barrows (1985) valida estrategias de monitoreo del aprendizaje de la matemática basadas en problemas abiertos que se resuelven de manera colaborativa y argumentada en grupos pequeños (no más de cinco participantes). Con este modelo, la motivación y el rendimiento se ven favorecidos.

En la misma dirección, Goodnough (2005) incorpora tres acciones: planeación de la solución, solución y reflexión.

El problema se presenta a partir de un contexto que relaciona la sociedad, la ciencia y la tecnología. Una vez presentado el problema, el proceso de búsqueda o investigación de la solución se orienta con preguntas relacionadas con su dimensión epistemológica.

La siguiente secuencia se ha probado como productiva en la planeación de la solución:

- ¿Cuáles son los hechos relevantes al problema?
- ¿Qué información adicional se requiere?
- ¿Qué posibles hipótesis se pueden proponer?
- ¿Qué plan de acción se ejecutará?
- ¿Qué criterios validan la verdad de la respuesta?

En cuanto a la etapa de reflexión, esta se puede orientar con preguntas como las siguientes:

- ¿Cuál fue mi aporte a la solución?
- ¿Cuáles fueron los aprendizajes adquiridos?
- ¿Cuáles fueron las dificultades más notorias?
- ¿Qué proyecciones del aprendizaje se pueden hacer para el desarrollo del curso y para el futuro profesional?

En este modelo, los mapas argumentativos generados con el software Argonaut son una forma efectiva de apoyar el proceso. En nuestra experiencia, en un primer momento, los estudiantes resuelven el problema correspondiente a

la planeación y luego desarrollan la etapa reflexiva utilizando el mapa argumentativo de la primera parte.

b. Modelo 2

Otro acercamiento práctico es el validado por Foegen (2008), que ha presentado resultados muy positivos en cuanto al aprendizaje del álgebra. En términos generales, este modelo estipula las siguientes actividades:

- Leer cuidadosamente el problema.
- Traducir el problema a una estructura –por ejemplo gráfica– y luego a ecuaciones.
- Buscar la respuesta al problema.
- Revisar la solución.

La introducción de sistemas gráficos de representación tiene un efecto positivo para lograr que los estudiantes hagan el paso del pensamiento concreto al abstracto.

Entre las particularidades de este modelo está el trabajo en parejas de estudiantes; este tipo de trabajo, que consolida las estrategias de solución del problema y tiene un efecto significativo en el aprendizaje, se desarrolla de la siguiente manera:

- En un primer momento, un estudiante asesora a un compañero en la solución de un problema.
- Después., se cambian los roles.

En el capítulo 5 se presenta una metodología para el diseño de problemas en contexto (denominados “casos”) que involucran procesos argumentativos en matemáticas.

El monitoreo

La diferencia sustancial entre el profesor tradicional y el profesor acompañante se basa en el concepto de monitoreo, que incorpora los siguientes componentes: la selección de variables de un sistema para su observación, un criterio de dirección del proceso de cambio, la observación activa y las acciones de control en tiempo real. De esta manera, el profesor acompañante es un observador cualificado de los procesos de aprendizaje y un conocedor de estrategias efectivas de aprendizaje que lo facultan para tomar decisiones que le impriman la dirección deseada al proceso desarrollado por los estudiantes.

Así las cosas, el estudiante es el ejecutor del proceso y el acompañante, desde su observación, es quien lo orienta. El objetivo final es lograr que el estudiante participe en ese monitoreo para que forme la autonomía que le garantizará seguir aprendiendo más allá del escenario de clase.

En este sentido, uno de los retos del acompañamiento es mejorar las condiciones de monitoreo del aprendizaje de los estudiantes. Heaney (1994) anota que el monitoreo eficiente implica la selección de información significativa y concisa. A su vez, para avanzar en la formación de la autonomía es fundamental generar el hábito de registrar los avances en un formato sencillo de automonitoreo. (ver figura 4). El formato debe ser diligenciado por el estudiante al terminar cada sesión de acompañamiento; el profesor acompañante debe archivarlo y utilizarlo como insumo para el análisis de la evolución de su grupo.

Este formato activa la valoración que hace el estudiante de su avance y que comparte con el profesor acompañante; este último plantea observaciones descriptivas breves y sugiere acciones para impulsar el progreso del estudiante. Frente a tales observaciones, el estudiante responde consignando un compromiso de acción para continuar su proceso de formación.

Figura 4. Registro de acompañamiento que debe ser diligenciado por el estudiante al finalizar cada sesión

Profesor acompañante: _____		Profesor titular _____					
Grupo: _____		Nombre del estudiante: _____				Código _____	
		Califique entre 1 y 5 el nivel alcanzado en cada tipo de competencia			Recomendaciones del docente	Compromiso del estudiante	Firma del estudiante
Fecha	Objeto de estudio	Comprensión de conceptos	Opera	Modela y aplica			

El sentido pedagógico de esta ficha implica que el profesor tenga conocimiento de estrategias de aprendizaje efectivas y que las sugiera al estudiante. Cuando falta esta formación, afloran sugerencias muy genéricas, como “estudiar más”, “reparar”, “volver a leer”, cuya efectividad es muy baja. Cuando esto

sucede, los compromisos de los estudiantes toman características similares, como “estudiar más”, “ser más responsable”.

Más adelante se hacen consideraciones sobre estrategias de aprendizaje que se pueden introducir a las sesiones de acompañamiento.

■ El automonitoreo

El automonitoreo exige que el acompañante tenga como preocupación inicial formar en el estudiante la capacidad para aprender, que inicia con la capacidad de observar sus propios procesos. Este es un acercamiento que contrasta con la formación centrada en los discursos en la cual la observación de los propios procesos no es del interés de los actores.

El automonitoreo, que se sincroniza con la actividad de monitoreo del acompañante, está centrado en el logro de las competencias estipuladas en el programa y en la matriz de competencias. Esto implica que se escojan indicadores de éxito, que en principio están relacionados con la capacidad de resolver problemas. Los resultados de la investigación aportan pruebas que muestran que si se consolida la capacidad de automonitoreo, se asegura el éxito en actividades académicas que implican aprendizaje.

De acuerdo con Collin y otros (2005), la estrategia de automonitoreo del aprendizaje o de información y seguimiento del proceso de propio aprendizaje consiste en ir llevando registro visible de los logros y dificultades del aprendizaje, a partir de la identificación de las metas, las acciones y los logros.

Colfer (2002) muestra que los estudiantes *pueden seleccionar metas y objetivos y especificar indicadores para registrar sus logros y tener una valoración en un grupo*. Esta operación posibilita la comparación del trabajo de grupos y contribuye al mejoramiento del aprendizaje.

En la figura 5 se presenta un formato que los estudiantes podrán llevar regularmente, que diligenciarán al final la sesión de acompañamiento y que conservarán en sus archivos personales. La información de las columnas “signatura” y “número de guía” es el referente para activar la conciencia de las metas planteadas. Este formato de automonitoreo está diseñado desde la perspectiva de la relación competencia-estrategia de aprendizaje y sirve de activador de la autovaloración consciente; además, activa la percepción de lo que está pendiente por alcanzar, en un proceso progresivo de reducción de la distancia con respecto a la meta.

Figura 5. formato para automonitoreo

Asignatura:		Nombre del estudiante:			Profesor acompañante:	
Fecha de la sesión	No. de guía	Competencia estudiada	Estrategia seguida	Nivel alcanzado (calificar de 1-5)	Qué falta por lograr	

Hay razones sólidas para sustentar la conveniencia de la práctica pedagógica del automonitoreo. Hall y Ponton (2005) afirman que los estudiantes exitosos tienen conocimiento de sus avances en el desarrollo de competencias y que una estrategia eficaz de aprendizaje de la matemática debe habilitar condiciones de automonitoreo para consolidar un conocimiento válido de la formación de competencias.

Al respecto, debe anotarse que la introducción del software Argonaut al escenario del trabajo colaborativo propicia condiciones para desarrollar actividades de monitoreo y automonitoreo. El mapa argumentativo generado por el software, como se presentará en los capítulos siguientes, permite llevar el registro del desempeño de cada participante. Esto facilita, por una parte, que cada estudiante pueda revisar el contenido de sus intervenciones y la relación con otras intervenciones; por otra parte, el profesor cuenta con un dispositivo que le permite revisar el proceso y los resultados de las interacciones y tomar decisiones en cuanto a la orientación sobre el uso de recursos y de apoyos posibles para cada estudiante o para el grupo.

Los estudiantes de matemáticas inscritos en cursos remediales o de nivelación desarrollan un concepto de baja autoeficacia que dificulta su aprendizaje. La percepción de autoeficacia (Bandura, 1997) depende del desempeño, de la persuasión verbal, de la observación de casos exitosos y de las reacciones fisiológicas y afectivas; además, actúa como mecanismo anticipatorio del éxito en nuevas experiencias de aprendizaje. Si esta percepción es positiva, actúa como motivador para invertir esfuerzo; si es negativa, desestimula el esfuerzo. Esta explicación se apoya en los resultados que muestran una correlación positiva

entre los juicios anticipatorios de éxito en los cursos posteriores. La experiencia exitosa previa es el factor que más influye en el concepto de autoeficacia. En una actividad como el acompañamiento, la aplicación de estrategias exitosas de aprendizaje tiene una contribución positiva tanto en el aprendizaje directo como en el mejoramiento del concepto de autoeficacia. Los estudiantes avanzados trabajan de manera diferente a los menos avanzados, y el aprendizaje de dominio de tópicos específicos es una forma eficiente de lograr la consolidación del concepto positivo de autoeficacia.

En procesos argumentativos basados en computador se ha evidenciado que las participaciones tienen menos carga emocional que en procesos cara a cara (Maldonado et al., 2008). Esta condición hace que las personas con concepto de autoeficacia bajo actúen con mayor libertad y progresivamente se sientan motivados para incrementar su participación.

■ Estrategias de aprendizaje

En las sesiones de acompañamiento convergen tanto estudiantes con procesos de aprendizaje exitosos como estudiantes con dificultades en tales procesos. Sin lugar a dudas, el encuentro incide positivamente en el progreso de todos. Por esto, es fundamental que el acompañante tenga información sobre las condiciones de todos los participantes, en especial de aquellos que presentan bajo desempeño. La investigación pedagógica ha hecho esfuerzos para caracterizar a esta última.

Rockwell (2007) expone la siguiente caracterización de estudiantes en riesgo académico: 1. Conocimiento insuficiente de sus necesidades como estudiantes; 2. Poca comprensión de las exigencias de sus tareas; 3. Desconocen cómo, cuándo y por qué aplicar estrategias para aprender; 4. No saben identificar recursos para realizar sus tareas; 5. Necesitan instrucción explícita sobre habilidades, desarrollo de conceptos y generalizaciones de una tarea a otra; 6. Muestran antecedentes insuficientes para establecer relaciones efectivas entre conocimiento previo y nuevo aprendizaje; 7. Se benefician de entrenamiento en automonitoreo; 8. Evitan los sentimientos de fracaso quejándose de otros, o acudiendo a explicaciones basadas en factores fuera de su control; 9. Tienen a generalizar el fracaso de una área a otras; 10. Se quejan del entrenamiento y tienen pocas expectativas de logros académicos.

Algunas estrategias de probada efectividad para la solución de problemas matemáticos en sesiones de acompañamiento son las siguientes:

- Estrategia de los resúmenes o síntesis que se exponen frente a sus compañeros.
- *Activar el conocimiento previo* a partir de la creación de escenarios muy familiares a los estudiantes en los cuales desarrollen actividades exitosas.
- *Definir claramente los conceptos principales.* Resaltar las palabras que correspondan a conceptos importantes; desarrollar un diccionario o glosario de términos; dibujar las relaciones entre conceptos mediante mapas conceptuales.
- *Integrar conceptos de varias disciplinas.* Presentar problemas relacionados con contextos, establecer analogías, identificar relaciones entre estructuras.
- *Suministrar recursos educativos.* Presentar un documento básico y documentos alternos o complementarios. Muchas veces el significado puede ser entendido más fácilmente en un texto que en otro.
- Involucrar al estudiante en revisiones cuidadosas de sus tareas y de su desempeño.
- Revisar la forma de trabajo de otros compañeros exitosos y la interacción con ellos.

Eades y Moore (2007) introducen el entrenamiento en toma de notas a los estudiantes de matemáticas de estudios postsecundarios. En la figura 6 se muestra un formato sugerido para formar la capacidad de tomar notas de manera estructurada en una sesión de acompañamiento. Una buena práctica es solicitar a quien elabora las notas o síntesis que las exponga ante sus compañeros y que responda preguntas. Al final, estas notas pueden compartirse como producciones de grupo a otros grupos a través de correo electrónico o de copias en las sesiones de acompañamiento.

Figura 6. Formato para síntesis y memoria de trabajo en grupo

Nombre del grupo	
Integrantes del grupo	
Fecha	
Problemas trabajados	
Puntos importantes	
Definiciones	
Axiomas	
Teoremas	
Pruebas	
Ejercicios sugeridos	
Retos para el grupo	

Esta estrategia se centra en convertir el acompañamiento en sesiones de producción de conocimiento de los grupos de estudiantes. Una buena práctica es iniciar con estudiantes que sean buenos para tomar notas e ir rotando esta actividad, de tal manera que se creen modelos de referencia y se genere confianza en la capacidad de hacer este trabajo. Probablemente los estudiantes que dejaron de asistir a clase por algún motivo se beneficien de estas producciones.

Esta estrategia promueve la formación de comunidades de estudio que constituyen apoyo académico y afectivo para el éxito en los estudios. Cabe anotar que el profesor puede revisar las producciones de los estudiantes e incluso corregir posibles errores para evitar que se propaguen.

Estudios previos muestran que este tipo de estrategia promueve el aprendizaje activo, reduce la ansiedad y la frustración, regula la velocidad del aprendizaje, apoya el recuerdo, ayuda a la comprensión, genera un conocimiento descriptivo para los estudiantes; sirve de guía para la revisión y preparación de evaluaciones, y es una fuente de referencia para que el tutor haga seguimiento a los avances del grupo.

Desde la perspectiva de la argumentación apoyada por Argonaut, los mapas argumentativos se convierten en una forma de apuntes que pueden ser revisados posteriormente por los participantes en sus sesiones de preparación de exámenes, evaluaciones o realización de trabajos. Esta revisión es más provechosa cuando cada sesión argumentativa se cierra con una síntesis valorativa dirigida por el profesor de la asignatura.

■ Referencias

- Anderson, D. H., Munk, J. A. H., Young, R., Conley, L. & Caldarell, P. (2008, marzo-abril). Teaching organizational skills to promote academic achievement in behaviorally challenged students. *Teaching Exceptional Children*, 40 (4), 6. Estados Unidos: ProQuest Education Journals.
- Anderson, M. L. & Perlis, D. R. (2005). Logic, self-awareness and self-improvement: the metacognitive loop and the problem of brittleness. *Journal of Logic and Computation*, 15 (1), 21. Estados Unidos: ProQuest Science Journals.
- Barrows, H. S. (1985). How to design problem based curriculum for the pre-clinical years. Nueva York: Springer.
- Colfer, C. (2002). Learning to learn in community forests. *Appropriate Technology*, 29 (3), 48. ABI/INFORM Global.

- Douville, P. & Algozzine, B. (2004). Use mental imagery across the curriculum. *Preventing School Failure*, 49 (1), 36. Academic Research Library.
- Eades, C. & Moore, W. M. (2007). Ideas in practice: strategic note taking in developmental mathematics. *Journal of Developmental Education*, 31 (2), 18. Estados Unidos: ProQuest Education Journals.
- Foegen, A. (2008). Algebra progress monitoring and interventions for students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 31 (2), 65. Estados Unidos: ProQuest Education Journals.
- Goodnough, K. (2005). Fostering teacher learning through collaborative inquiry. *The Clearing House*, 79 (2), 88. Academic Research Library.
- Hall, J. M. & Ponton, M. K. (2005). Mathematics self-efficacy of college freshman. *Journal of Developmental Education*, 28 (3), 26. Estados Unidos: ProQuest Education Journals.
- Hallam, S. (2001). The development of metacognition in musicians: implications for education. *British Journal of Music Education*, 18 (1), 27-39. Londres: Institute of Education - University of London.
- Heaney, L. F. (1994). Continuous monitoring - An approach. *The International Journal of Educational Management*, 8 (2), 33. ABI/INFORM Global.
- Helsel, L. & Greenberg, D. (2007). Helping struggling writers succeed: a self-regulated strategy instruction program. *The Reading Teacher*, 60 (8) 752-761. Editorial Board.
- Herman, M. (2007). What students choose to do and have to say about use of multiple representation in college algebra. *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 26 (1), 27. Academic Research Library.
- Macías, D., Serrano, E., Rodríguez, G., Bernal, R. & Maldonado, L. F. (2008). Los ambientes digitales en el desarrollo de competencias matemáticas. *Revista de Investigaciones UNAD*, 7 (2), 143-162. Bogotá: Universidad Nacional Abierta y a Distancia.
- Maldonado, L. F., De Groot, R., Landazábal, D. P., Leal, L. A., Montenegro, M., Becerra, L. & Drachman, R. (2008). Digalo: Argumentation in Digital Educational Environments. An experience with reintegrates to the civil life. *Revista de Investigaciones UNAD*, 7 (2), 143-162. Bogotá: Universidad Nacional Abierta y a Distancia.
- Maldonado, L. F. & Serrano, E. (2008, abril). Construcción de una red de aprendizaje. *Nómadas*, (28), 211-222. Bogotá: Universidad Central.

- Maldonado, L. F, Serrano, E. M. & Macías, D. (2010). Agrupamiento adaptativo: bases para un sistema de atención diferenciada en el aprendizaje de las matemáticas. *Matemáticas: Enseñanza Universitaria, XVII* (2), 115-133. Cali: Universidad del Valle.
- Marrongelle, K. A. (2004). How students use physics to reason about calculus tasks. *School Science and Mathematics, 104* (6), 258. Academic Research Library.
- McGaha, V. & Fitzpatrick, J. (2005, Junio). Personal and social contributors to dropout risk for undergraduate. *College Student Journal, 39* (2), 287. Estados Unidos: ProQuest Education Journals.
- Rockwell, S. (2007). Working smarter, not harder: reaching the tough to teach. *Kappa Delta Pi Record, 44* (1), 8. Estados Unidos: ProQuest Education Journals.
- Skahill, M. P. (2003). The role of social support network in college persistence among freshman student. *Journal of College Student Retention, 4* (1), 39. Estados Unidos: ProQuest Education Journals.
- Trujillo, J., Esteban, P. & Giraldo, R. (2008). Conceptual caracterización in calculus with technological mediation using concept maps as follow-up strategy. En Cañas, A. J., Reiska, P., Ahlberg, M. & Novak, J. D. Proc. of the Third Int. Conference on Concept Mapping. Estonia & Helsinki, Finland: Eds. Tallinn.
- Wadsworth, L. M., Husman, J, Duggan, M. A. & Pennington, M. N. (2007). On line mathematics achievement: effects of learning strategies and self-efficacy. *Journal of Developmental Education, 28* (3), 26.
- Webster, C. A., Schempp, P. G., Mason, I. S., Bush, C. A., Bryan, S. & Cullick, M. (2005). On a Constant Journey of Learning: self-monitoring strategies of expert golf instructors. *Research Quarterly for Exercise and Sport, 76* (1), p. A93. Academic Research Library.
- Webster, C. A. & Schempp, P. G. (2008). Self-monitoring: demystifying the wonder of expert teaching. *Journal of Physical Education, Recreation & Dance, 79* (1), p.23. Academic Research Library.
- Weinstein, C. E. & Palmer, D. R. (2002). User manual: learning and study strategy inventory. Clearwater, Florida: H&H Publishing Company.
- Zimmerman, J. B. (1986). Becoming a self-regulated learning. Which are the key sub processes. *Contemporary Educational Psychology, (11)*, 301-313.

Capítulo 2

Ontologías argumentativas en matemáticas

David Macías Mora
Adriana R. Lizcano Dallos
Ricardo Bernal Bueno

■ Introducción

En este capítulo se expone el uso de categorías argumentativas en el aprendizaje de la matemática con apoyo del software Argunaut², el cual propicia un escenario de encuentro para resolver problemas de forma colaborativa. Este escenario de aprendizaje está integrado por computadores que tienen instalado el software y que están conectados en línea para trabajar de manera sincrónica. Los estudiantes han sido registrados previamente y usan un nombre de usuario y su correspondiente clave de entrada o *password*.

Si bien los estudiantes pueden usar el software de forma libre, normalmente hay un docente que lidera la organización de los grupos de participantes. El corazón de los encuentros es el interés en resolver algún tipo de problema mediante la presentación de mensajes que los participantes dirigen a sus interlocutores. La naturaleza colaborativa de la solución hace que el escenario propicie la formación de redes sociales a través de la argumentación. Cada intervención es clasificada por los participantes en una categoría, de tal manera que se propicia no sólo la elaboración de mensajes, sino su caracterización. Para

² El software, originado en el Proyecto Europeo ARGUNAUT, IST-2005-027728, tiene como antecedente el software Digalo para desarrollar discusiones basadas en argumentación, de forma escrita y sincrónica (Proyecto Europeo DUNES, IST-2001-34153, 2002-04). Estos proyectos fueron desarrollados por el grupo Kishurim de la Universidad Hebrea de Jerusalén en colaboración con otros grupos europeos.

elaborar estas categorías, los diseñadores del software siguieron la tendencia de pensamiento denominada “ontologías argumentativas”, como se mostrará enseguida.

Tanto el profesor como los estudiantes, en el caso de la aplicación educativa del software, hacen un ejercicio de clasificación de sus aportes conducentes a solucionar problemas y a generar aprendizaje de manera colaborativa.

Aspectos metodológicos de la construcción de ontologías argumentativas en el aprendizaje de la matemática

Al estudiar el proceso argumentativo general, al modo de Toulmin (1958, 1972), se construye un sistema de categorías que se expresa en un vocabulario especializado.

En el enfoque de Toulmin, cuando se argumenta hay algo que se quiere probar y que orienta el proceso argumentativo. En un ensayo filosófico, se podría tratar de una *tesis* que se intenta sustentar; en el caso de una investigación, una *hipótesis* que se quiere probar; en el caso de la matemática, un *teorema* que se pretende demostrar. En inglés, se usa la expresión *claim*, que se podría traducir como “pretensión” o “afirmación”. En la práctica, es preferible usar las categorías más específicas de tesis, hipótesis, teorema o afirmación.

Es de notar que la expresión *claim*, con sus acepciones en español, es de naturaleza relativa y hace referencia a una pregunta o problema que, en la práctica pedagógica de la argumentación, es el activador principal de la cadena o hilo argumentativo.

En la solución de un *problema*, una *hipótesis* puede verse como una generalización a partir de casos específicos o particulares. La información sobre los casos se puede aportar como apoyo a la hipótesis (en este caso se usa la categoría “*datos*”). La expresión de por qué los datos apoyan la tesis es la justificación, que también se denomina *argumento* o *garantía de prueba*.

Cuando se expresa un *argumento*, se acude a apoyos complementarios de la justificación, como por ejemplo el resultado obtenido por un investigador reconocido o la aceptación de la justificación por una comunidad académica (en este caso, se habla de *respaldo* o *sopORTE*).

La *restricción* es un tipo de expresión que identifica las circunstancias en las cuales una afirmación es válida o no.

También hay expresiones que muestran el grado de seguridad con el cual se establece la afirmación o hipótesis; por ejemplo, con una probabilidad del 95% con base en un soporte estadístico.

Construcción de ontologías argumentativas en matemáticas

El proceso argumentativo general asume características propias cuando se trata del dominio específico de la matemática. Aunque es posible que la investigación conduzca a una ontología estándar para el dominio de la argumentación matemática, por ahora los desarrollos son inductivos. Un ejemplo de aproximación a la elaboración ontológica parte de la clasificación de los problemas matemáticos en problemas formales y problemas en contexto.

Los problemas formales carecen de contexto y requieren que quien los soluciona recurra a axiomas y definiciones, los cuales se dan de manera formal. En cambio, los problemas en contexto se construyen a partir de la interpretación de un contexto y obligan a que quien lo soluciona recurra a axiomas y definiciones y a formalizar las diferentes situaciones del contexto.

a. Ejemplo de ontología para un problema formal

Un ejemplo de problema formal es el siguiente: **Si n es impar, ¿entonces n^2 es impar?** En la tabla 2 se muestra un sistema de categorías ontológicas que se propone para este tipo de problema.

Tabla 2. Categorías ontológicas en un problema formal en matemáticas

Categoría ontológica	Ilustración
Problema o pregunta	Si n es impar, ¿entonces n^2 es impar?
Información interna (dato)	n es impar
Definición	Número impar - : $N = 2K + 1$ Número impar - : $n^2 = 2p + 1$
Propiedad formal	De las igualdades - : $n^2 = (2k+1)^2$
Transformación	Del binomio cuadrado - : $n^2 = 4k^2 + 4k + 1$ Factorización - : $n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$
Solución	Se demuestra que: Si n es impar, entonces n^2 es impar

En este ejemplo, al educador le interesa que los estudiantes comprendan a cabalidad cuál es la afirmación que se trata de demostrar. Funcionalmente se puede colocar como una pregunta para responder o un teorema para demostrar.

La fórmula incluye una información mínima: *se da un número y éste es impar*. Esta información se denomina *información interna* al enunciado.

La siguiente categoría que se incluye es la de *definición*. Sin duda, las definiciones en matemática juegan un papel importante y saberlas utilizar es una competencia necesaria en los procesos demostrativos.

La categoría *propiedad formal* juega también un papel importante en esta clase de problemas, pues fundamenta decisiones de transformaciones con base en equivalencias. Una expresión puede ser reemplazada por una equivalente con base en una propiedad formal.

La categoría *transformación* es fundamental en el proceso demostrativo. En este caso, se divide en dos subcategorías: *binomio cuadrado* y *factorización*. Si tenemos en cuenta que el proceso de solución consiste en transformar una expresión inicial en una final identificada como *solución*, las operaciones de transformación son básicas.

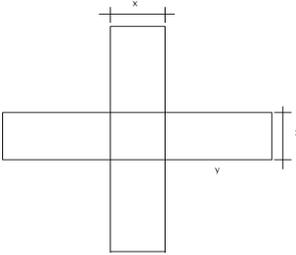
La categoría *solución* cierra el proceso. En este ejemplo, implica identificar una propiedad: *una expresión es par si es divisible por dos o, de otra manera, es el resultado de multiplicar por dos otra expresión*. La propiedad complementaria expresa que *todo número impar es resultado de sumarle 1 a un número par*.

b. Ejemplo de ontología para un problema en contexto

El siguiente es un ejemplo de problema matemático en contexto: una caja de base cuadrada y parte superior abierta tiene un volumen de 32.000 cm^3 . ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la caja que minimicen la cantidad de material utilizado en su construcción?

En la tabla 3 se observan las categorías asociadas a la solución del problema.

Tabla 3. Ejemplo de problema en contexto y categorías ontológicas para describir el proceso de argumentación

Categoría ontológica	Ilustración
Problema o pregunta	Una caja de base cuadrada y parte superior abierta tiene un volumen de 32.000 cm ³ . ¿Cuáles deber ser las dimensiones de la caja que minimicen la cantidad de material utilizado en su construcción?
Información interna (dato)	Caja base cuadrada V= 32.000
Representación geométrica	
Representación formal	$S=x^2+4xy$ (superficie)
Definición	$v=x^2 * y$
Transformación	$32.000=x^2 * y$ $y= 32000/x^2$ $S= x^2 +4x (32.000/x^2)$ $S=x^2 + (128.000/x)$
Solución	$S' = 2x - (128.000/x^2) =0$ $x^3 = 64.000$ $x = 40$ $y = 32.000/(40^2) = 20$
Interpretación	La base tiene 40 cm de lado y su altura corresponde a 20 cm

En el ejemplo presentado, *la pregunta* hace referencia al interrogante o dato que se desconoce; *la información interna* (dato) alude a datos o relaciones identificables dentro del mismo problema; *la definición* corresponde a información que se encuentra por fuera del problema y que se puede presentar en forma proposicional o formal (f= m.a); la propiedad es un atributo o característica de un concepto y forma parte de una definición sin que abarque toda la definición.

La construcción de ontologías es resultado de un proceso sistemático de estudio y práctica. En la medida en que se introducen conceptos evoluciona la perspectiva sobre el proceso argumentativo.

La introducción de las categorías ontológicas en las sesiones de trabajo se basa en el conocimiento de los procesos, pero también tiene dimensiones de

conveniencia según el desarrollo de los estudiantes. En este sentido, al inicio puede ser más positivo trabajar con pocas categorías e ir incorporando otras en la medida en que se desarrolle la práctica, incluso puede contemplarse la posibilidad de que los participantes decidan las categorías que van a usar, en la perspectiva de los resultados que desean alcanzar. Para esto, resulta muy conveniente un listado de posibles categorías.

Lo importante es considerar que el conjunto de categorías ontológicas orienta la práctica argumentativa y es base para el análisis del proceso, en términos de revisión de lo sucedido. De tal manera que la selección está muy relacionada con los fines que se buscan.

■ Manual para el estudiante

a. Elementos del problema

El problema en contexto o caso es el punto de partida para la aplicación de las categorías argumentativas. En la solución del problema, se recomiendan algunos pasos que, además de ser resultado de la experiencia, ayudan a ser más efectivos y ahorran esfuerzo y tiempo.

1. Pasos para resolver un problema

• *Comprender el problema*

- Leer el enunciado detenidamente, varias veces si es necesario, y comentarlo o reelaborarlo con sus propias palabras.
- Identificar y señalar los términos desconocidos.
- Consultar en las fuentes de información (apuntes, libros, Internet, etc.) el significado de las palabras o expresiones no conocidas y compartir los resultados de la búsqueda con los compañeros de grupo.
- Identificar y anotar los datos conocidos.
- Identificar los datos no conocidos y definirlos como incógnitas.
- Encontrar la relación entre los datos y las incógnitas.
- Si es posible, hacer un esquema o dibujo de la situación.
- Utilizar expresiones matemáticas para representar las relaciones entre los datos conocidos y las incógnitas.

- *Hallar una estrategia de solución y elaborar un plan de acción*
- Hacer un inventario de la información externa necesaria para resolver el caso: conceptos, datos, teoremas, propiedades, etc.
- De ser necesario, dividir el problema en subproblemas.
- Revisar si el problema es parecido a otro ya resuelto y ver la posibilidad de seguir la misma estrategia.
- Analizar si el problema se puede formular o replantear de otra forma.
- Elaborar un diagrama o modelo geométrico de la situación o caso planteado.
- *Poner en práctica el plan*
- Proponer a los compañeros el plan de acción elaborado.
- Explicitar con los compañeros la información conocida y desconocida necesaria para la solución del caso.
- Presentar a los compañeros las submetas o subproblemas que se deben resolver para solucionar el caso.
- Plantear a los compañeros los teoremas, fórmulas, leyes, etc. necesarios para resolver el problema.
- Antes de hacer algo, se debe pensar: ¿qué se consigue con esto?
- Acompañar cada operación matemática con una explicación sobre lo que se hace y para qué se hace.
- Cuando se tropieza con alguna dificultad que bloquea el proceso, se deberá volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

2. Autoevaluación del proceso

Con el propósito de realizar una buena autoevaluación individual o grupal del proceso de solución de los problemas, se recomienda observar lo siguiente:

- Tener siempre presente durante el proceso la información y la pregunta.
- Tener siempre presente y clara la meta final.
- En cada paso, identificar el estado del problema en relación con la solución: qué se avanza y qué falta para llegar a la solución.
- Hacer uso de las categorías argumentativas para la solución del problema.
- Al ejecutar el plan, comprobar el aporte de cada uno de los pasos para llegar a la meta.
- Evaluar que cada paso sea correcto.

3. Después de la solución

- Verificar la solución en el contexto del problema.
- Analizar si se puede encontrar alguna otra solución al caso.
- Acompañar la solución de una explicación que indique claramente los hallazgos.
- Utilizar el resultado obtenido y el proceso seguido para formular y plantear nuevos problemas.

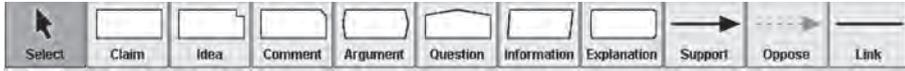
b. Elementos clave en la interacción

En cada una de las intervenciones, conviene detenerse a analizar lo siguiente:

- **Con quién se va a interactuar.** Tenga la representación mental del mapa argumentativo y haga un barrido del mismo antes de tomar la decisión sobre con quién va a interactuar.
- **Cuál es el tipo de intervención que hizo la persona con quien se va a interactuar.** Lea el contenido de la intervención que hizo la persona con la cual va a interactuar y haga una evaluación o análisis del mismo.
- **Determinar cuál es la característica de la nueva intervención.** Con base en el análisis de la intervención del compañero con el cual va a interactuar, determine el tipo o característica de su intervención: respuesta a la pregunta, solicitud de aclaración de la pregunta, ampliación de la pregunta, etc., y de esta forma seleccione el ícono que corresponde.
- **Asignar contenido al ícono seleccionado.** Redacte el contenido del ícono, teniendo en cuenta que la característica del contenido corresponda con el tipo de ícono; si no es así, puede cambiar el contenido o, en caso extremo, el tipo de ícono. La categoría de su intervención está compuesta por la pareja ícono y contenido.
categoría = (ícono, contenido)
- **Crear el enlace que corresponde.** Otra característica de la intervención del estudiante es el tipo de enlace que utilice para indicar con quién o con quiénes está interactuando: apoyo, oposición o neutra.
Intervención = ((ícono, contenido), enlace)

c. Tipos de interacciones en el sistema Argonaut

Figura 7. Barra original de íconos y categorías argumentativas en Argonaut



Antes de iniciar a interactuar con sus compañeros, revise la barra de íconos y tenga en cuenta la forma del mismo para cada una de sus intervenciones. Observe que la barra está compuesta por dos clases de íconos: de contenido y de enlace.

1. Pregunta

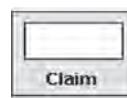
Un proceso argumentativo se inicia generalmente con una pregunta, la cual tiene la función de iniciar o activar el proceso argumentativo; la puede escribir el moderador o cualquiera de los participantes como enunciado del problema que se pide resolver. En cualquier parte del proceso argumentativo, se pueden introducir otras preguntas para solicitar información o explicaciones o para formular un subproblema relacionado con la pregunta general. Es importante utilizar el ícono que corresponda para que los participantes identifiquen la intervención como una pregunta. Para que las preguntas desencadenen procesos argumentativos, deben posibilitar la generación de alternativas y escenarios de solución diferentes. Es importante considerar las perspectivas o conjuntos de relaciones posibles de examinar.



Por estas razones, las preguntas cuyas respuestas son simplemente sí o no deben ser consideradas con especial cuidado, pues podrían resolverse en muy pocos pasos y, en consecuencia, no requerir del desarrollo de un hilo argumentativo. La pregunta como caso tiene un contexto con variedad de relaciones, lo cual puede generar múltiples miradas o perspectivas en el proceso de solución, y la explicitación de estas miradas puede constituir un hilo argumentativo.

2. Afirmación

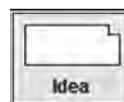
En la barra de íconos, la afirmación se identifica con la palabra inglesa *claim*. El ícono *claim* se debe usar cuando la intervención corresponda a una tesis, hipótesis, afirmación o teorema. En la dinámica argumentativa, este ícono está relacionado con una pre-



gunta y es activador para presentar datos o información y argumentos para soportarla. Tiene especial valor por cuanto es una alternativa de solución, y sin alternativas el problema queda sin resolver. Sin embargo, se presenta como una expresión que requiere una prueba; es decir, cumple la función de dinamizar nuevas contribuciones.

3. Idea

Los conceptos surgen de las miradas que tomamos frente a las entidades físicas, sociales o conceptuales –metaconceptos– para conocerlas. En el proceso de argumentación, el estudiante en su intervención puede plantear una idea como mirada conducente a la solución del problema. Esta idea puede estar relacionada con una estrategia, el uso de una regla o teorema, un camino por seguir, etc. Cumple la función de introducir nuevas relaciones y, de esta manera, generar perspectivas para considerar la solución del problema. Los cambios de perspectiva en la solución de problemas aportan positivamente en su solución y son manifestación del pensamiento creativo. Después de un proceso discursivo, la idea se puede convertir en hipótesis.



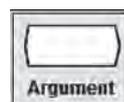
4. Comentario

Frente a una intervención propia o de otro participante, se pueden plantear comentarios como ampliación, expresión de apoyo o de oposición, o forma de mostrar consecuencias posibles. En todo caso, adquiere sentido frente a otra contribución previa.



5. Argumento

Esta clase de intervención tiene como objetivo justificar o dar garantía de una prueba o evento dado en el proceso de solución cuando hay afirmaciones discutibles. El argumento se hace con apoyo de resultados ya validados y aceptados. En la práctica retórica, aparecen los argumentos de autoridad con citaciones de documentos y expresiones de personas de reconocido prestigio o de obras ampliamente aceptadas. Otro es el argumento científico constituido por generalizaciones a partir de datos que cumplen criterios de validez y procesos sistemáticos de generalización. El sentido común también es tomado como fuente de argumentos para convencer en la dinámica de la discusión.



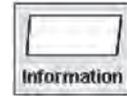
6. Explicación

La explicación tiende a relacionarse con los eventos y procesos de algo que se estudia. Frecuentemente expresa en qué consiste el fenómeno, proceso o procedimiento de interés; por qué se generan propiedades en un sistema, cuál es la causa de un proceso o cambio –causas antecedentes–; cuál es la finalidad de algo –causa final–. También se asocia con el significado de expresiones usadas en el proceso argumentativo; en este sentido, se puede tomar como la ampliación de una idea o alguna intervención de otro compañero, incluso de la propia.



7. Información

En la práctica argumentativa, la información es un conjunto organizado de datos que al ser presentados cambia el estado de conocimiento de los participantes que lo asumen; constituye típicamente un apoyo o una base para refutar una afirmación, según haya coherencia o no entre la afirmación y la información; es decir, su función es dar soporte al proceso argumentativo.



El problema que se debe solucionar contiene información interna a su formulación (información interna), pero en la mayoría de los casos la información proviene de fuentes externas. Si la información es interna, su presentación parte de la relectura del documento que presenta el problema; en caso contrario, está representada por datos provenientes de fuentes externas, como documentos con informes de observaciones hechas, una base de datos en línea, un artículo de una revista o un libro de consulta.

d. Clases de relaciones

Argonaut dispone de tres tipos o clases de relaciones. Cada una de las intervenciones tiene sentido sólo si se lee como una relación binaria, tomando como componentes de la misma las dos intervenciones relacionadas y el tipo de enlace. Las relaciones son la base para representar la red social que se construye mediante el diálogo argumentativo. En expresión de Vigotsky, las relaciones argumentativas activan el desarrollo próximo y generan procesos sinérgicos de construcción de conocimiento. Estas relaciones son la concreción a nivel micro de las redes de aprendizaje, expresión tanto de liderazgo como de cohesión grupal.

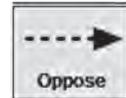
1. Relación de apoyo

La participación del integrante del grupo puede ser de apoyo o soporte a otra intervención previa. Las categorías argumento, comentario, ampliación o explicación se pueden utilizar para apoyar la intervención de uno de los compañeros. Cuando las relaciones de apoyo se visualizan en el grupo como red social, constituyen corrientes de pensamiento frente a la solución de un problema.



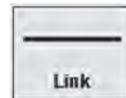
2. Relación de oposición

La relación de oposición se utiliza cuando la participación manifiesta desacuerdo con una participación previa. El desacuerdo u oposición se puede manifestar utilizando categorías ontológicas como argumento o comentario. Este tipo de relación es la base de la diferenciación de perspectivas y de hilos argumentativos; cuando se desenvuelve cognitivamente, puede generar procesos creativos.



3. Relación neutra

La participación de uno de los integrantes puede ser no necesariamente para apoyar o contradecir la participación de otro, sino que puede ser de carácter neutro. Como ejemplo de este tipo de participación se tienen las categorías idea, afirmación o *claim*. Este tipo de relaciones se presenta cuando el compromiso del participante con posiciones frente a las soluciones del problema es incipiente, o cuando su conocimiento para la solución del problema está en sus primeras etapas.



Manual para el docente

Argunaut presenta por defecto un conjunto de categorías argumentativas, que son las descritas anteriormente, pero el docente puede determinar las categorías pertinentes y necesarias para la solución del problema planteado. En matemáticas, se encuentran categorías que posiblemente sean la base para la solución de cualquier problema en contexto. Veamos un caso en particular.

CASO

Se quiere encerrar un lote rectangular de 20 metros de largo por 12 metros de ancho. Para facilitar el cerramiento se han dispuesto 4 postes, uno en cada vértice del lote, enterrados el 18% de su largo.

Se cuenta con 3 rollos de alambre de púas de 100 metros cada uno con los cuales se realizará el cerramiento con 4 cuerdas, separadas entre sí 0,5 metros una de la otra. La primera cuerda también está colocada a 0,5 metros del piso.

1. ¿Es suficiente el alambre de púas para realizar el cerramiento?
2. ¿Qué longitud del poste quedara enterrado?

a. Ontología propuesta

A continuación se presentan las posibles categorías ontológicas, junto con sus características, que el autor del caso o el profesor moderador puede utilizar para solucionar este problema.

Pregunta:	Todo problema o caso gira alrededor de una pregunta, que cumple la función de iniciar el proceso argumentativo.
Definición:	Expresa conceptos y condiciones definidas previamente, como “triángulo isósceles”, “triángulo equilátero”.
Fórmula:	Estructura formal de una función matemática.
Datos:	Valor constante o información numérica.
Hipótesis:	Respuesta sugerida para ser probada.
Comentarios:	Expresiones que amplían una intervención o valoran su importancia.
Prueba:	Expresión que muestra un proceso de inferencia válido matemáticamente.
Conclusión:	Respuesta a la pregunta para la cual se han aceptado las pruebas que aseguran que esta respuesta se infiere del proceso.

Como se mencionó, Argonaut presenta la barra de menú con las categorías dadas por el sistema por defecto, pero el docente o moderador puede configurar el programa para que contenga las categorías ontológicas pertinentes al problema o caso planteado. Por esto, es importante precisar el significado de cada una de las categorías, pues estas son el insumo con el cual el estudiante participa en la construcción del mapa argumentativo.

b. Asignación de contenido a las categorías

Para asignar el contenido a cada una de las categorías, se debe tener presente su significado y el ícono con el cual se representa. La figura 8 presenta un ejemplo de asignación de contenido con el ejemplo de un caso o problema en contexto. En la parte superior aparecen los íconos con el nombre de la categoría; luego aparece una tabla con el nombre de la categoría y un ejemplo correspondiente a un caso o problema en contexto.

Figura 8. Escenario de trabajo con categorías editadas y contribuciones como ejemplo

Category	Content
Pregunta	¿Es suficiente el alambre de púas para realizar el encerramiento?
Definición	Perímetro: suma del valor de los lados de una figura.
Dato	<ul style="list-style-type: none"> Dimensiones del lote 12 x 20 m 3 rollos de alambre de 100 m cada uno.
Hipótesis	El alambre es suficiente para el encerramiento del lote.
Fórmula	$P = 2a + 2b$
Comentario	<ul style="list-style-type: none"> Determinar el perímetro de un rectángulo. Determinar la longitud total del alambre de los tres rollos. Multiplicar el perímetro por el número de cuerdas y compararlo con la longitud total de alambre.
Prueba	<ul style="list-style-type: none"> $(12 \times 2) + (20 \times 2) = 64$ m es el perímetro. $(3 \times 100) = 300$ m longitud total de alambre. $64 \times 4 = 256$ m alambre a utilizar.
Conclusión	<ul style="list-style-type: none"> El alambre alcanza para encerrar el lote con cuatro cuerdas.

c. Configuración del ambiente de trabajo

En Argonaut, las sesiones de trabajo generan mapas argumentativos en los cuales se guardan las contribuciones de cada participante con su categoría y las relaciones de cada contribución con otras contribuciones. De esta manera, cada contribución es nodo en una red de nodos vinculada a otro u otros nodos mediante alguna clase de relación (apoyo, oposición o neutra).

Los mapas argumentativos se agrupan y guardan en carpetas, denominadas en Argonaut “portafolio”. Como normalmente en cada sesión intervienen varios estudiantes, se sugiere un número de cuatro participantes para facilitar la moderación y la lectura de los mapas argumentativos.

1. Creación de un portafolio

Cuando se ingresa al ambiente de trabajo, el programa presenta la lista de portafolios. Las alternativas son ingresar a un portafolio existente o crear uno nuevo.

Para crear un portafolio, se procederá de la siguiente manera:

- Al hacer clic en el botón **Crear Portafolio**, se despliega la siguiente ventana (figura 9).
- En esta ventana, digite el nombre del portafolio; puede hacer una descripción del mismo (figura 10).
- Seleccione la opción público o privado, según desee permitir o no que otras personas no registradas en la sesión puedan ver el contenido (figura 10).
- Haga clic en **Ok**. Si su creación es correcta, el nuevo portafolio debe visualizarse en la lista de portafolios (figura 10).

2. Creación de una sesión

Una sesión de trabajo corresponde al espacio de trabajo de un grupo. Como se mencionó, se sugiere un número de integrantes por grupo que facilite las intervenciones, la lectura de los mapas y la actividad de moderación. El producto de cada sesión de trabajo es un mapa argumentativo que corresponde a la representación del proceso argumentativo del grupo en la solución del problema.

A continuación se describe el proceso de configuración de una sesión de trabajo.

En el listado de portafolios se busca el portafolio correspondiente, y al hacer clic en el mismo, se hace visible la ventana de la figura 10. Allí aparece el campo para asignarle nombre al portafolio. Es importante darle un nombre relacionado con los temas de interés, de tal manera que sea de fácil recordación para identificarlo cuando se necesite. Por esta razón, también es bueno que el portafolio tenga una descripción sobre la naturaleza y objetivos de la información que se guarda allí y ponerla en el campo correspondiente de modo que el profesor pueda administrarla.

El portafolio puede ser de acceso a todos los usuarios registrados, caso en el cual se selecciona el botón “Público”, o tener restricciones (figuras 10 y 11). El sistema permite generar un código de acceso cuando se quiere tener infor-

Figura 9. Creación de un portafolio

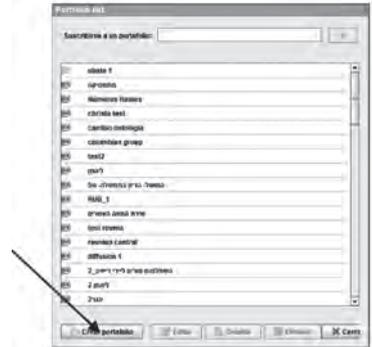


Figura 10. Creación de portafolio

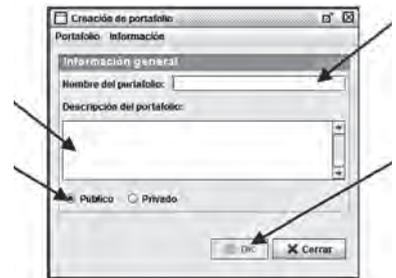


Figura 11. Ventana para creación de nueva sesión.

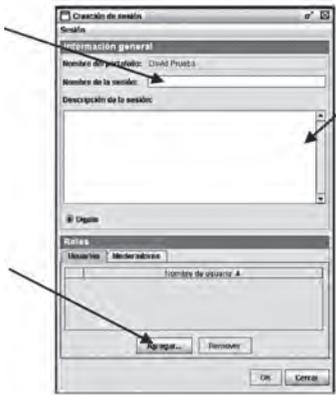


Figura 12. Creación de una sesión

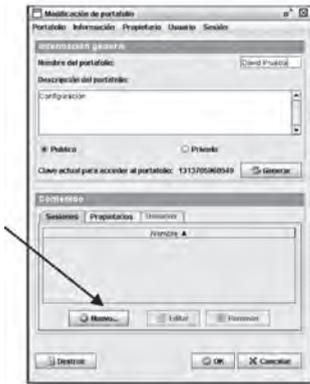


Figura 13. Entrada para configurar la ontología



mación restringida. La opción “Propietarios” permite inscribir a quienes están autorizados para usar el portafolio.

Para crear una sesión se selecciona el botón “Sesiones” y se hace clic en el botón “Nuevo” que abre la ventana mostrada en la figura 12. En esta ventana se le asigna un nombre a la sesión y una descripción; se procede a agregar a los integrantes de la sesión haciendo clic en “Agregar”; luego de esto, se muestra una ventana con la lista de todos los usuarios; de esta lista, se selecciona cada uno y se hace clic en agregar.

Una vez agregados los usuarios, se habilita la opción para asignar roles a los usuarios: “usuarios” o “moderadores”; este último tiene el permiso de configurar la ontología. Al terminar de agregar los integrantes de la sesión, se hace clic en *Ok*. Una vez asignados los roles, el sistema abre la opción de “Remover” con la que es posible editar o eliminar una sesión.

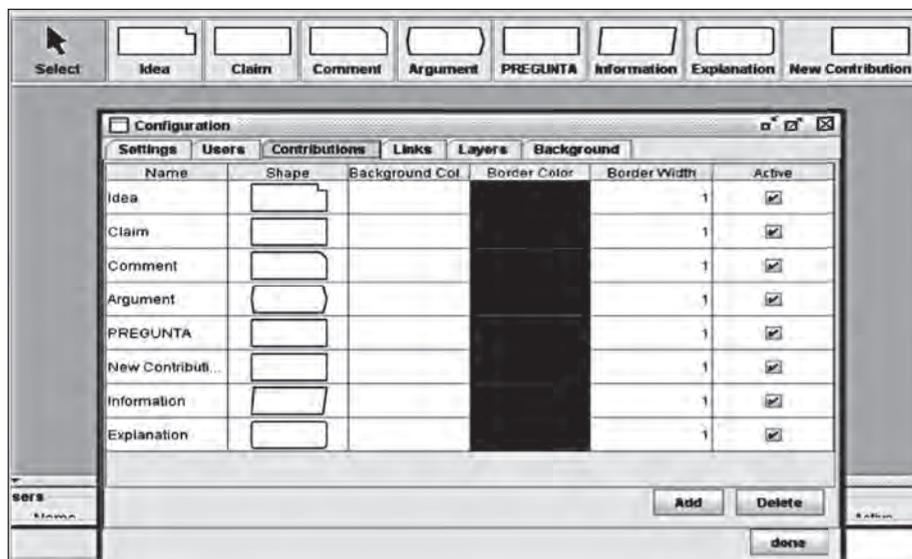
De esta manera, quedan establecidas las condiciones para poder desarrollar sesiones argumentativas, pues ya se cuenta con un portafolio en el que se guardan las sesiones configuradas con participantes y roles. El profesor desarrolla este proceso de organización antes de las sesiones colaborativas como condición para un trabajo pedagógico eficiente. Los estudiantes reciben las instrucciones que los llevan a ubicarse en el escenario que les corresponde y en el papel asignado.

d. Configuración de la ontología

Por defecto, el sistema muestra una ontología que puede ser modificada por el creador de la sesión previamente al trabajo de los participantes. De esta manera, se pueden introducir nuevas categorías, eliminar o cambiar. En la figura 13 se observa el botón “Show configuration”, que aparece al activar el botón “Edit”.

La figura 14 muestra la ventana de la configuración de la interfaz del usuario en su actividad argumentativa. Quien creó la sesión y que figura como moderador es el único que puede configurar el escenario.

Figura 14. Configuración de la interfaz ontológica para los usuarios en las sesiones argumentativas



El botón “Settings” permite configurar si el sistema graba automáticamente la sesión y lo que pueden hacer los usuarios con sus propias contribuciones y con las de otros. El botón “Users” puede modificar el rol de los participantes y su apariencia como color e ícono que use.

El botón “Contributions” permite editar las categorías de la ontología que se usa. El primer cambio de trascendencia es el nombre que corresponde a la categoría incluida en la estructura ontológica. Se pueden cambiar los nombres, agregar nuevos o desactivar. Cuando se desactivan, significa que se usan en una sesión y pueden volver a ser activados en otras sesiones. Otras configuraciones están relacionadas con la figura usada como contenedor de la contribución, el color del fondo, del borde y el grosor del borde. La configuración de las categorías ontológicas tiene mayor repercusión en la dinámica argumentativa y es conveniente que se organice con criterios basados en la disciplina y la temática que se estudia.

También se pueden editar los símbolos de las relaciones y sus nombres, e incluso agregar otras categorías de relaciones. Por ejemplo, se puede introducir

una relación de perplejidad, cuando no se comprende una posición y se desea mostrar ese estado frente a la contribución de otro participante.

Finalmente, el escenario puede tener una malla o imagen de fondo, bien sea con una finalidad funcional o estética.

■ Conclusión

Desde la perspectiva del conocimiento, las ontologías juegan un papel estructurante fundamental; son un juego de unidades conceptuales y de relaciones. A su vez, en el aprendizaje, las competencias cognitivas constituyen una especie de creación de competencia para jugar con las unidades conceptuales y sus relaciones. Esa especie de juego se convierte en base para observar y representar el entorno de los cognoscentes, pues vemos el mundo con base en las ontologías que tenemos integradas a nuestro conocimiento. El uso de categorías y relaciones para ver el mundo constituye la perspectiva.

En este orden de ideas, la matemática juega un papel importante en la construcción de representaciones formales de la realidad con las que se pueda mejorar su mejor comprensión y control. La argumentación en la construcción de perspectivas y representaciones formales constituye la base para la construcción social del conocimiento. Lo que se hace al desarrollar sesiones de argumentación es construir representaciones compartidas.

Quizás el efecto más importante de la integración de ontologías al ejercicio argumentativo en matemáticas es desarrollar una metodología para la construcción colaborativa. Es de esperar que el desarrollo de habilidades para el manejo de categorías esté asociado con un mayor rigor en la producción de conocimiento como solución de problemas.

Capítulo 3

Organización de estructuras de competencias matemáticas

Edel M. Serrano
Jairo Gutiérrez
Orlando Muñoz
Ricardo V. Jaime
David Macías

■ Introducción

En los últimos años, los discursos sobre procesos educativos aluden al concepto de competencia para designar los atributos o características que deben ser reconocidos en las personas que han realizado un proceso de formación.

En el presente capítulo, el concepto de competencia es abordado en el sentido expuesto en los estudios lingüísticos y semióticos de Chomsky (1985), para quien la competencia lingüística es una capacidad, soportada en un conjunto de reglas estructurales, que permite determinar la forma y significado del conjunto infinito de todas las *actuaciones-expresiones* de un sujeto que tiene el conocimiento en un momento histórico socialmente establecido y en un contexto determinado. Es decir, la competencia es la estructura que soporta, explica y predice las actuaciones de un sujeto que posee un conocimiento en un contexto determinado.

Para la definición de competencia, Chomsky crea una gramática generativa que guarda similitudes con los sistemas formales de la matemática; éstos resultan de un proceso constructivo mediante el cual se definen los símbolos, a la manera de un alfabeto y con los que es posible organizar las proposiciones del sistema, las reglas de inferencia y de transformación que permiten, a partir de la aceptación de la verdad de las proposiciones iniciales del sistema, obtener de

manera válida todas las posibles fórmulas bien formadas o proposiciones permitidas en el sistema; esto es, los teoremas. Sin embargo, los posteriores desarrollos de Gödel (1931) condujeron a demostrar que la “completitud” y la consistencia de un sistema formal no podían ser probadas simultáneamente en la aritmética (la teoría por excelencia de la matemática); esta situación evidenció las limitaciones de su propio método.

En el dominio de la matemática, la competencia es el conjunto de reglas estructurales que soporta las actuaciones o proposiciones obtenidas por un sujeto en un contexto determinado. A partir de esta definición de carácter general, es posible identificar unas dimensiones que permiten caracterizar los atributos generales de las actuaciones del sujeto y que, al ser relacionadas con objetos o dominios específicos de la matemática, estructuran el modelo *objeto-competencia*. Esta estructura sirve de base para el diseño de experiencias de aprendizaje y para la evaluación de las actuaciones esperadas del estudiante como sujeto que conoce los objetos matemáticos.

En los siguientes apartados, se presentan los fundamentos de una estructura de competencias. Al final del capítulo, se particulariza lo expuesto en la matriz de competencias propuesta para el curso de Matemáticas I dirigido a estudiantes de ingeniería, curso en el que se desarrolló el proyecto que originó este documento.

■ Dimensiones de la competencia matemática

Con el propósito de construir un modelo de competencias matemáticas que guiara sus actividades de docencia e investigación, el Departamento de Matemáticas identificó unas dimensiones analíticas generales que permiten categorizar las formas y significados de la actuación matemática. Estas dimensiones o categorías de la competencia matemática son denominadas competencias conceptual, operativa y modelativa.

a. Competencia conceptual

El pensamiento como ejercicio de construcción de saber implica el conocimiento de hechos y de objetos, de manera tal que a partir de ellos sea posible razonar y expresar la experiencia adquirida mediante una representación o el uso de la estructura de un lenguaje.

De acuerdo con su naturaleza ontológica, los objetos pueden ser entendidos como externos o no a la representación; esto es, se presume la existencia de

dos sistemas: el objeto real, cuando está en el orden de lo concreto, y su representación. El objeto también puede ser entendido como la representación misma, cuando está en el orden de lo abstracto, como en el caso de los objetos y de los sistemas formales de la matemática.

En el caso de los objetos concretos, los procesos de pensamiento conducen a la identificación de sus atributos que son expresados en lenguaje natural, y a la elaboración de *argumentos* que se formulan en el escenario de solución de problemas relacionados con ellos y cuya finalidad es convencer a otros y mostrar su eficacia ante otras alternativas. En este proceso se puede hacer uso de estructuras conceptuales, definiciones y representaciones.

En el caso de lo abstracto, los objetos son definidos en el ámbito de un sistema formal con un lenguaje simbólico que, al tener una sintaxis o estructura definida para su conjunto de símbolos y al estar dotado de una semántica y de una regla de inferencia, permite obtener conclusiones válidas para los objetos y permitidas en el sistema; esto es, realizar *demostraciones*. En este proceso también se utilizan estructuras conceptuales (de las que se toma el nombre para esta dimensión de la competencia matemática) y se liga el objeto matemático con su método, esto es, con la demostración, con los razonamientos axiomático-deductivos que permiten derivar proposiciones necesarias. La competencia conceptual recoge y liga los objetos matemáticos con las capacidades propositivas y argumentativas presentes en las formas del método matemático cuando se realiza una demostración: geométrico, analítico, algebraico, estadístico y numérico.

La formulación de argumentos orientados a convencer a otros y la realización de demostraciones de proposiciones válidas son procesos de pensamiento que pueden considerarse complementarios, pues la discusión entre individuos puede propiciar la interacción de los mismos con una estructura de conceptos matemáticos y su interpretación en un contexto determinado en la búsqueda de solución a un problema. La combinación de estas acciones en procesos de aprendizaje de la matemática propician el diseño de experiencias que usan el argumento para explicar, construir o interpretar las demostraciones y ubicarlas en el escenario del modelamiento matemático.

b. Competencia operativa

Con la competencia conceptual se construyen capacidades para el uso de estructuras conceptuales en la elaboración de argumentos y en la realización de

demostraciones, y en la apropiación del uso de los símbolos de un lenguaje para formalizar las representaciones.

En este sentido, formalizar es un proceso del pensamiento que permite actuar sobre símbolos al pasar del elemento concreto a uno simbólico, que puede estar vacío de significado. Con este ejercicio se pierden condiciones particulares del objeto, pero se gana en generalidad al atender a las condiciones de la estructura y a las propiedades de los operadores definidos para el objeto; es decir, con los símbolos es más fácil operar.

Con la competencia operativa se construyen capacidades para el manejo de los lenguajes simbólicos regulados por las jerarquías existentes entre los signos (Zalamea, 2001) y por las reglas de transformación que permiten la simplificación de las expresiones, siguiendo el lineamiento dado por un razonamiento. Con esta competencia es posible transformar proposiciones en otras equivalentes mediante el uso de técnicas matemáticas.

El aprendizaje de procedimientos o de modos de “saber hacer” es un componente fundamental en el aprendizaje de la matemática. Desde la perspectiva de esta competencia, se espera que el estudiante calcule correctamente, siga instrucciones, construya gráficas, transforme expresiones, solucione ecuaciones y, en general, que ejecute tareas matemáticas que suponen el dominio de procedimientos básicos propios del conocimiento matemático.

La competencia operativa así propuesta está conformada por aspectos que la diferencian de la competencia matemática propia de la escuela tradicional (una matemática mecánica y memorística). La enseñanza actual de la matemática sugiere el traslado a una concepción dinámica y significativa de la matemática (MEN, 1998, p. 106), guiada por la elaboración, la comparación, la justificación y la verificación como procesos complementarios de la apropiación de los métodos aritméticos, geométricos, analíticos, métricos, estadísticos y aleatorios. Por ejemplo, en el aprendizaje del cálculo diferencial e integral, se priorizan los métodos geométricos y analíticos, pues se construyen e interpretan representaciones gráficas y se utilizan las funciones de variable real como elemento esencial de estudio.

c. Competencia modelativa

Esta competencia se entiende como la capacidad de representar un sistema objeto mediante el uso, al menos, de alguna de las cuatro formas siguientes:

- a. Sistema de proposiciones construidas en lenguaje natural.
- b. Representaciones diagramáticas o geométricas del objeto.
- c. Sistema de proposiciones matemáticas formales que expresan el sistema estudiado a través de variables y relaciones.
- d. Sistema de proposiciones en un lenguaje computacional.

Lo anterior puede ser resumido de la siguiente manera: dado un sistema formal “S”, un sistema “M” en el que sea posible interpretar todas y cada una de las proposiciones y postulados de S, de manera que cada uno de ellos tiene sentido en M, sin llegar a contradicciones, se dice que M es una interpretación de S o que M constituye un modelo del sistema S.

Por otra parte, la complejidad detectada en el estudio de sistemas existentes en cualquier contexto y la comprensión de los mismos demandan el fortalecimiento de la capacidad de modelado en la formación en matemáticas, mediante la adopción de uno de los dos siguientes puntos de partida. El primero, la escogencia de un sistema formal conocido al que se dotan sus símbolos y proposiciones con los significados particulares del contexto que contiene al sistema en estudio para luego deducir conclusiones, también particulares al sistema, que cuentan con el soporte del sistema formal matemático. Esto es, *interpretar* el sistema formal en el contexto particular; con esto se obtiene un modelo, ideal por contar con los axiomas y teoremas del sistema formal, cuya verdad puede ser derivada al contexto particular.

El segundo, al que se acude con más frecuencia, el trabajo inductivo que trata de construir representaciones del sistema estudiado mediante: una técnica diagramática que muestre la estructura formada por los agentes y sus relaciones; un lenguaje natural entendido como un sistema de conceptos y proposiciones organizado en una estructura que también describe a los agentes, sus atributos y relaciones existentes; un lenguaje formal, matemático o computacional, con el cual se dice tener el modelo del sistema, el cual es particularmente apropiado para la realización de experimentos. Cada una de las representaciones realizadas (diagramática, en lenguaje natural, en lenguaje matemático o en lenguaje computacional) acude a formalizaciones ya establecidas que se estructuran progresivamente hasta lograr el modelo deseado, cuando esto es posible.

1. La competencia modelativa como adquisición de sentido en el proceso de aprendizaje

El término modelo se refiere a la generalización a partir de un grupo de experiencias con el propósito de categorizar y sistematizar nuevas experiencias (Von Glasersfeld & Steefe, 1987, citado en Steefe, 1991, p. 190). La generali-

zación se puede ver como el nivel más alto de la modelación. En este sentido, se puede mostrar que las actividades de modelación desarrolladas con los estudiantes son efectivas para el aprendizaje del concepto matemático: los estudiantes que construyen por sí mismos diagramas para representar y consolidar un concepto, le dan mayor significado y lo recuerdan mejor que aquellos a quienes se les suministra el diagrama.

2. Justificación de la modelación como proceso inherente al conocimiento matemático

La sociedad actual ha reconocido la importancia del conocimiento matemático como parte de la formación de todo profesional, pues la interiorización de las matemáticas posibilita una comprensión profunda de la realidad. Entre otras cosas, el aprendizaje de la matemática permite: una mejor comprensión del mundo, la conexión entre áreas del conocimiento, la depuración de los procesos de razonamiento y la generación de aplicaciones del conocimiento formalmente analizado.

De acuerdo con los lineamientos curriculares formulados por el Ministerio de Educación Nacional (1998), se considera la modelación como un proceso fundamental, cuya importancia radica, por un lado, en que “la sociedad ha experimentado en los últimos tiempos un cambio de una sociedad industrial a una sociedad basada en la información; dicho cambio implica una transformación de las matemáticas que se enseñan en la escuela” y, por otro lado, en que “con la aparición de la era informática, uno de los énfasis que se hace es en la búsqueda y construcción de modelos matemáticos”.

3. Esquema de Freudenthal para la construcción de modelos

En la figura 15, se muestran los elementos básicos para la construcción de modelos, de acuerdo con la propuesta de Freudenthal (1983); este autor considera que el núcleo básico del currículo de matemáticas en la escuela debe ser el aprendizaje de las estrategias de matematización.

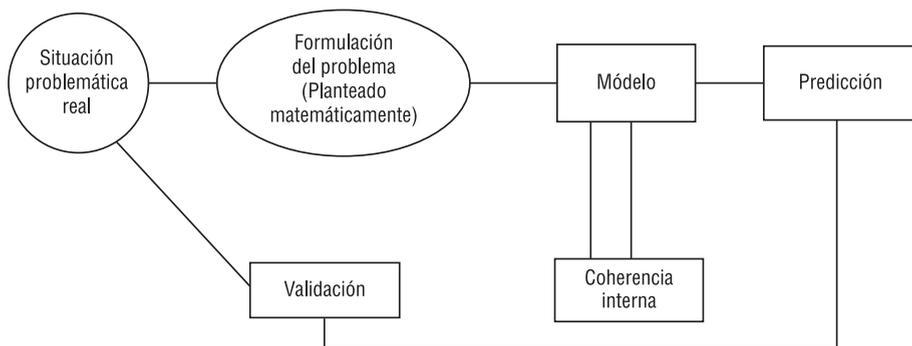
4. Elementos básicos de la construcción de modelos

El planteamiento de un caso o situación problemática a los estudiantes es el punto de partida para inducir la modelación. Esta situación se debe simplificar y precisar de la mejor manera con el ánimo de centrar la atención y faci-

litar la comprensión de la misma; luego se espera la formulación del problema en una forma de representación que se apoye en el lenguaje matemático. El modelo matemático debe respetar las relaciones dadas entre los datos y las condiciones de la situación original, y reflejar la relación entre los elementos básicos del modelo de una manera precisa. Los resultados obtenidos se pueden validar a partir del mismo modelo y en comparación con los datos y las condiciones iniciales que propone la situación. En algunos casos, este proceso de validación permite el ajuste o modificación del modelo.

La resolución de problemas está en relación directa con las aplicaciones y con la modelación del mundo real. Si el modelo se asume como satisfactorio, entonces se puede utilizar como base para hacer predicciones acerca de la situación problemática real u objeto modelado, para tomar decisiones o para emprender nuevas acciones. En este enfoque, la modelación o construcción de modelos se entiende como el proceso completo que conduce desde la situación problemática real original hasta la formulación del modelo matemático depurado.

Figura 15. Propuesta de modelamiento del matemático holandés Hans Freudenthal (1983)



d. Competencia de formalización

El objeto de estudio de la matemática es la abstracción, y exige el pensamiento formal para la manipulación de signos, símbolos, postulados y leyes de inferencia con los que se van obteniendo los teoremas. En términos de Platón, la matemática es la ciencia de las ideas que nos acercan a la verdad no relacionada con el mundo de los sentidos, que en apariencia nos engañan. Este aspecto universal e independiente define a la matemática como un modelo de pensamiento libre que se recrea en la mente racional de todo ser pensante.

Entendida la competencia de formalización como la capacidad de expresar los objetos y las proposiciones en lenguaje simbólico regido por reglas de transformación y de demostración, las categorías establecidas en esta propuesta guardan concordancia, de una parte, con las competencias propositivas y argumentativas propuestas por el MEN y, de otra, con las establecidas por la Asociación Colombiana de Facultades de Ciencias –Acofacien– para la definición de los Exámenes de Calidad de Educación Superior –Ecaes– aplicados a egresados de programas de matemáticas. Como el ejercicio investigativo expuesto aquí estuvo dirigido a facultades de ingeniería, se trabaja principalmente sobre las tres primeras dimensiones.

El modelo objeto-competencias

De acuerdo con las dimensiones o competencias matemáticas establecidas y con las investigaciones de Filloy (2002), quien construye un Modelo Teórico Local al investigar competencias específicas en el estudio del álgebra, es posible construir una estructura que vincule las actuaciones matemáticas esperadas del estudiante (categorizadas según las dimensiones establecidas) a objetos específicos de estudio y, de esta manera, proponer un modelo como el que se observa en la tabla 4.

Tabla 4. Estructura objeto-competencias matemáticas

Competencia matemática	Conceptual	Operativa	Modelativa	De formalización
Objetos matemáticos de estudio	<p>Articula en red los conceptos de un objeto matemático.</p> <p>Construye argumentos identificando hipótesis y conclusión.</p> <p>Detecta inconsistencias, cuando existen en un argumento.</p>	<p>Utiliza herramientas computacionales para plantear y resolver problemas.</p> <p>Actúa sobre símbolos usando de manera adecuada las reglas de transformación.</p> <p>Analiza datos experimentales para inferir conclusiones.</p>	<p>Expresa el conjunto de proposiciones referidas a un objeto o a un sistema:</p> <ul style="list-style-type: none"> • En lenguaje natural. • En un diagrama o gráfica. • En lenguaje algebraico. • En lenguaje computacional. 	<p>Expresa el conjunto de proposiciones referidas a un objeto o a un sistema a partir de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Un conjunto de símbolos. • Unos axiomas Iniciales. • Unas reglas de Transformación • Una regla de demostración.

La estructura es de carácter adaptativo y permite vincular las realizaciones del estudiante en cada dimensión de la competencia matemática a los objetos matemáticos que serán construidos. Permite también profundizar sobre un tema particular de una de las dimensiones, como es el caso de la argumentación

en la dimensión conceptual, y explicar las situaciones ocurridas en el proceso de aprendizaje de un mismo objeto desde las dimensiones establecidas. A partir de la estructura, es posible evaluar las realizaciones particulares de un individuo en relación con su grupo, y diseñar casos o situaciones problema que involucren un sistema objeto para ser abordados mediante trabajo colaborativo.

a. El modelado en la formación de matemáticos e ingenieros

El modelado matemático de situaciones y problemas. La interpretación de sistemas formales propuestos por la matemática pura, en contextos particulares, origina los modelos matemáticos concebidos para situaciones concretas que facilitan la interacción con un sistema y el estudio de una situación. Cuando se trata de sistemas complejos, el modelado y las simulaciones del sistema requieren el manejo de la incertidumbre en razón de las diferencias de comportamientos evidenciados ante pequeños cambios en las condiciones iniciales. Esta competencia para el modelado de situaciones y el manejo de la incertidumbre pueden constituir la demanda más relevante de la sociedad actual y futura a matemáticos y a ingenieros.

Sin embargo, se trata de una competencia que no está suficientemente desarrollada en profesionales de la matemática y de la ingeniería, y que es necesario que se profundice en su aprendizaje con el propósito de desarrollar un nuevo pensamiento que combine las tradicionales formas de razonar axiomático-deductivas con un componente probabilístico que facilite la comprensión de los fenómenos que las otras ciencias pedirán en trabajo colaborativo; además, para proponer modelos más eficaces que permitan al investigador comprender cómo aparece y cómo se propaga la incertidumbre en las simulaciones.

b. El aprendizaje

Pierce (1897) define la abducción como la operación lógica que permite a un sujeto plantear o formular una *hipótesis explicativa* de un hecho cuando se observa el hecho mismo. La operación puede ser realizada al reconocer una hipótesis que ya existe y que explica el hecho, al seleccionar entre varias hipótesis existentes aquella que tiene mayor posibilidad de explicarlo, y al construir, porque no existe, la hipótesis que explica el hecho.

De acuerdo con esta posición, las actuaciones del estudiante serán observadas atendiendo a las explicaciones que construya para sustentar sus actuaciones y realizaciones en las dimensiones establecidas y para cada uno de los objetos construidos.

c. La evaluación

A continuación se presentan indicadores del desarrollo de competencias matemáticas en concordancia con la estructura del modelo objeto-competencias presentada en la tabla 4. En cada dimensión del modelo se registra lo que se esperaría del estudiante, lo cual sirve de criterio de evaluación.

Para cada uno de los objetos de estudio se espera que las realizaciones evidencien:

1. En la dimensión conceptual

- El reconocimiento de los conceptos que integran la red de un determinado objeto matemático.
- La identificación de sus atributos y propiedades.
- La realización de pruebas de proposiciones generales en casos particulares.
- La elaboración de conjeturas o proposiciones que enuncien características generales a partir de un objeto particular.
- La identificación y caracterización de propiedades a partir de un conjunto de observaciones.
- La elaboración de conjeturas, generalizaciones o hipótesis a partir de un conjunto de observaciones.
- La elaboración de razonamientos o la articulación de proposiciones guiadas por su pertinencia y por la validez de cada proposición y de la conclusión.
- La elaboración de refutaciones ante proposiciones o razonamientos que contengan inconsistencias.

2. En la dimensión operativa

- El uso apropiado de los operadores definidos para cada objeto matemático de estudio.
- El manejo de la jerarquía establecida entre operadores de acuerdo con sus propiedades.
- La resolución de algoritmos de acuerdo con el lineamiento dado por un razonamiento.
- La toma sistemática de datos a partir de la observación de un sistema objeto particular.
- La verificación de la consistencia de los datos y resultados obtenidos al resolver un problema.

3. En la dimensión modelativa

- La identificación de sistemas de referencia representados de manera verbal o diagramática.
- La identificación de variables, relaciones y cambios presentes en el sistema de referencia.
- La toma sistemática de datos a partir de la observación de las variables y de las relaciones identificadas.
- La asignación de significados a los datos cuantitativos para ser interpretados como cualidades del sistema-objeto de referencia.
- La realización de correspondencias entre el sistema de referencia y los modelos matemáticos que posibiliten su representación.
- La identificación y selección de un modelo matemático que permita la mejor representación del sistema de referencia.
- La interpretación de los elementos del modelo matemático con los significados propios del sistema de referencia.
- La manipulación del modelo mediante la asignación de valores particulares a las variables para observar comportamientos e inferir conclusiones.

4. En la dimensión de formalización

Las realizaciones en esta dimensión no atienden al rigor que se espera de un matemático, pero podrán ser consideradas como evidencia de formalización las actuaciones que incluyan:

- *Aspectos procedimentales* relacionados con la adecuada organización de la información y del procedimiento adelantado para la resolución de un problema.
- *La integración de los conceptos* procedentes de la matemática con los que explican el sistema de referencia y el contexto en el que se trabaja un caso, el reconocimiento de significados y la correcta interrelación con el problema real.
- *La argumentación construida* para justificar la aplicación de un concepto y para explicar las interrelaciones entre expresiones en lenguaje natural, lenguaje geométrico o lenguaje algebraico que se utilizan al formular un modelo apropiado.
- *La comunicación matemática* requerida para la explicación de los métodos y procesos usados en la solución de un problema, en la formulación del modelo o en la interpretación de resultados obtenidos.

Matriz de competencias para el curso de Matemáticas I

a. Números reales y plano cartesiano

Objeto	Conceptual	Operativa	Modelativa
Números reales	Los números reales se clasifican de acuerdo con las características propias de cada subconjunto.	Las proposiciones algebraicas y las ecuaciones se simplifican y se resuelven usando los axiomas de orden y las propiedades de los números reales.	Los enunciados verbales son representados mediante símbolos matemáticos y mediante puntos o intervalos en la recta real.
Ecuaciones e inequaciones de primer y segundo grado.	Las ecuaciones e inequaciones en una variable llevan o no a soluciones que pueden ser interpretadas como valores o intervalos específicos de la recta real.	Las transformaciones requeridas en ecuaciones y desigualdades, para llegar a su solución atienden a las propiedades de las operaciones en los números reales.	Las ecuaciones e inequaciones modelan, representan y solucionan situaciones concretas.
Plano cartesiano	Interpretar el plano cartesiano como un sistema que permite representar de forma gráfica diferentes modelos.	Resolver situaciones que impliquen aplicar el concepto de distancia entre dos puntos.	Con el concepto de distancia se modelan coordenadas y ubicaciones de objetos en el plano cartesiano.
Circunferencia	Identificar el concepto de circunferencia como el conjunto de puntos que equidistan de un punto dado.	Relacionar condiciones de la ecuación con condiciones o características de una circunferencia.	Modelar y solucionar casos reales asociados a puntos que equidistan de un punto dado.

b. Funciones

Objeto	Conceptual	Operativa	Modelativa
Funciones, dominio y rango	Identificar las características que definen una relación como función y sus componentes	Encontrar valores asignados a una relación funcional, graficar y dar el dominio y rango	El comportamiento de sistemas concretos se representa mediante modelos funcionales que permiten su explicación.
Función compuesta, función inversa	Identificar las condiciones para la existencia de la función inversa. Identificar las funciones que originan una función compuesta.	Mediante el operador composición, relacionar dos o más funciones para obtener nuevos modelos. Hallar la inversa de una función dada.	Modelar la función inversa a partir de la gráfica de la función o de una tabla de valores.
Función lineal	Interpretar cada componente que interviene en la ecuación de una recta: variables, pendiente, término independiente.	Obtener la solución de situaciones en las que se aplique la función lineal.	Modelar la función lineal que representa diferentes situaciones.
Función cuadrática	Identificar la parábola como el conjunto de todos los puntos del plano que equidistan de un punto fijo (foco) y una recta fija (la directriz) y reconocer sus elementos.	A partir de transformaciones algebraicas, identificar todas las características y elementos de esta función.	Modelar y solucionar casos reales asociados con la parábola.

Funciones exponenciales y logarítmicas	Con las propiedades de exponentes y la función inversa se construyen las funciones exponenciales, las logarítmicas y sus propiedades.	Solucionar ecuaciones exponenciales y logarítmicas.	Modelar leyes de crecimiento y de decrecimiento de poblaciones y capitales con funciones exponenciales y logarítmicas.
Funciones trigonométricas	Expresar las funciones trigonométricas como razones entre los lados de un triángulo rectángulo.	Graficar funciones trigonométricas identificando la amplitud, el periodo y la fase.	Modelar y solucionar problemas mediante la resolución de triángulos y con las leyes de seno y coseno.

c. Límites y continuidad

Objeto	Conceptual	Operativa	Modelativa
Límites	Identificar los componentes que intervienen en el concepto de límite y analizar la existencia o no del límite.	Encontrar el valor al que tiende una función en un punto dado.	Expresar algebraicamente el límite que se representa en la gráfica o en la tabla.
Límites trigonométricos	Mostrar que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}x}{x} = 1$ a partir del teorema del emparedado.	Encontrar límites de funciones trigonométricas a partir de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}x}{x} = 1$	Utilizar identidades trigonométricas y sustitución para representar un límite dado.
Continuidad	Identificar cuándo una función es continua en un punto y en un intervalo.	Determinar gráfica y analíticamente la continuidad de una función.	Con funciones a trozos, modelar situaciones que contengan casos específicos en su definición.
Asíntotas	La identificación de las asíntotas permite determinar el comportamiento de una función.	Relacionar cálculos algebraicos realizados en la función con puntos de discontinuidad y asíntotas verticales.	Dadas las asíntotas de una función, elaborar un bosquejo de su gráfica.

d. Derivadas

Objeto	Conceptual	Operativa	Modelativa
La derivada	El concepto de derivada se interpreta de manera geométrica y analítica en diferentes contextos y órdenes.	Las reglas simplifican el cálculo en el proceso de obtención de derivadas, incluidas las de funciones compuestas y de funciones implícitas	Interpretar cambios de variables dependientes de distintos contextos con el concepto de derivada.
Derivadas de las funciones trigonométricas e inversas	Usar la definición de derivada para construir las reglas de las funciones trigonométricas.	Aplicar las reglas para derivar funciones trigonométricas	Determinar la pendiente de la recta tangente en funciones trigonométricas.
Derivación logarítmica y exponencial	A partir de la derivada implícita, determinar las reglas de derivación de funciones logarítmicas y exponenciales.	Derivar funciones exponenciales y logarítmicas, utilizando las reglas construidas.	Solucionar problemas de población y de interés simple.

e. Aplicaciones de la derivada

Objeto	Conceptual	Operativa	Modelativa
Razones de cambio	Las formas geométricas y algebraicas del concepto de derivada sirven a la interpretación de cambios ocurridos en situaciones concretas.	De ecuaciones que relacionan variables dependientes e independientes, o ligadas con respecto al tiempo, se obtienen razones de cambio mediante el uso de las reglas de derivación.	Los cambios ocurridos en un sistema se expresan mediante las relaciones matemáticas entre sus variables y sus derivadas.
Gráficas de funciones	El comportamiento gráfico de una curva es interpretado como característica de una función concreta.	Las soluciones halladas a las ecuaciones que igualan a cero la función y sus derivadas se utilizan para obtener la gráfica de la función.	Identificar y describir situaciones y abordarlas mediante el uso de modelos gráficos.
Optimización	Elaborar argumentos verbales y escritos que describan la variabilidad del fenómeno estudiado en casos o situaciones concretas.	De las curvas se obtienen algoritmos y con ellos se obtienen máximos y mínimos de funciones.	El comportamiento de sistemas concretos se relaciona con modelos y algoritmos que permiten su explicación.

Conclusión

La matriz objeto-competencia constituye una estructura general para la construcción de los objetos matemáticos desde tres dimensiones de referencia: conceptual, operativa y modelativa. La estructura puede ser interpretada en el contexto de dominios de conocimiento particulares en el campo de la matemática (como el álgebra, el cálculo, la estadística) requeridos en la formación del ingeniero.

De esta manera, se obtiene un modelo particular de competencias para cada asignatura del proceso de formación que se ha tomado como referencia para las prácticas desarrolladas en el proyecto.

Referencias

- Chomsky, N. (1985). Logical structure of linguistic theory. MIT Humanities Library. Microfilm. Chicago: University of Chicago Press.
- Filloy, E., Puig, L. & Rojano, T. (1998 [2008]). El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas. *Enseñanza de las Ciencias*, 25(3), 327-342. Bogotá: Ministerio de Educación de Colombia (MEN). Lineamientos Curriculares en Matemáticas.

- Freudenthal, H. (1983 [2001]). Didactical phenomenology of mathematical structures. Dordrecht: Reidel. (Trad.) Luis Puig. En Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados. México: Cinvestav.
- Glaserfeld, E. von (2005, junio). La modelación matemática. Alternativa didáctica en la enseñanza de precálculo. *Revista de Investigación en Ciencias y Matemáticas*, 1. Inter Ponce.
- Gödel, K. (1931 [1994]). El teorema de Gödel, o de incompletud de la aritmética. Madrid: Nagel & Newman.
- Zalamea, F. (2001). El continuo Peirciano. Bogotá: Universidad Nacional.

Capítulo 4

Recursos en línea para el aprendizaje basado en argumentación

Ricardo V. Jaime
David Macías M.

■ Introducción

El aula virtual de Matemáticas I es otro espacio de aprendizaje del que disponen los estudiantes de matemáticas del primer semestre de ingeniería, que cumple, entre otras, las siguientes funciones: entregar la información de los contenidos de cada unidad, ofrecer un banco de ejercicios para que los estudiantes ejerciten las competencias relacionadas con cada temas, y crear la cultura de la autoevaluación y el desarrollo del aprendizaje autónomo y colaborativo.

En este capítulo se describe la estructura del aula, sus componentes, su modo de operación en el desarrollo de la actividad académica y la forma de integrar nuevos recursos. Además, se introduce el concepto de objeto virtual de aprendizaje (OVA) como elemento integrable, se presenta una estructura para su descripción y finalmente se presentan OVA utilizados en el desarrollo del curso del curso.

Figura 16. Entrada del aula digital de Matemática I



Estructura del aula

El aula virtual está organizada por unidades en las que se puede identificar la siguiente estructura:

- Objetivo general que le indica al estudiante lo que se espera con respecto a su aprendizaje de la temática de la unidad.
- Matriz de ejercitadores. En la primera columna, se encuentran los subtemas de la unidad; en el primer renglón, aparecen las competencias que orientan el aprendizaje de cada tema; en el cuerpo de la matriz cada entrada se compone de dos elementos –el indicador de logro, que corresponde al cruce del tema con la competencia, y el enlace del banco de ejercitadores relacionado con el tema y con la competencia específica– (figura 17).
- Contenidos estructurados mediante un mapa conceptual.
- Trabajo colaborativo, que es un problema en contexto y de mayor complejidad que los ejercitadores.
- Finalmente, se puede mencionar el banco de OVA donde están disponibles los recursos digitales para el aprendizaje.

Figura 17. Matriz objeto-competencia en el aula digital

COMPETENCIA OBJETO	COMPRENDE LOS CONCEPTOS CONSTRUIDOS	OPERA CON SIGNIFICADO	REPRESENTA, EXPRESA CON SIGNIFICADO
1.1 Números reales Notación científica Enfoque axiomático	1.1.1 Clasificar números reales de acuerdo con las características de cada subconjunto Ejercitador 1.1.1	1.1.2 Resolver ejercicios que hacen uso de los axiomas de orden y de las propiedades de los números reales. Ejercitador 1.1.2	1.1.3 Expresar enunciados verbales utilizando símbolos matemáticos; así mismo, tener en cuenta los axiomas de orden y las operaciones permitidas en el conjunto de los números reales Ejercitador 1.1.3
1.2 Intervalos	1.2.1 Comprender el significado de los símbolos utilizados para expresar una desigualdad. Ejercitador 1.2.1	1.2.2 Usar las propiedades de las desigualdades y del valor absoluto para encontrar su conjunto solución. Ejercitador 1.2.2	1.2.3 Mostrar las relaciones de orden entre dos números reales a y b Ejercitador 1.2.3
1.3 Sistemas de numeración	1.3.1 Identificar las propiedades básicas en cada sistema y las operaciones posibles en cada sistema de numeración. Ejercitador 1.3.1	1.3.2 Convertir expresiones numéricas de un sistema a otro, utilizando los algoritmos correspondientes. Ejercitador 1.3.2	1.3.3 Comparar las ventajas y desventajas de estos sistemas de numeración con base en su operatividad y sus usos. Ejercitador 1.3.3

Componentes

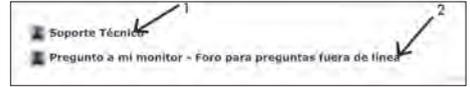
Los componentes de aula los podemos dividir en dos grupos de elementos: los de comunicación y los de interacción para el aprendizaje.

a. Componentes de comunicación

- *Foro de soporte técnico.* Mediante este componente, el estudiante o docente puede plantear consultas relacionados con los aspectos técnicos del aula (figura 18).

- Chat. Espacio virtual reservado para el encuentro de los estudiantes con su monitor, con el propósito de compartir ideas y preguntas en tiempo real.
- Foro “Pregunto a mi monitor”. Los procesos que se desarrollan en el aula virtual son monitoreados por un estudiante de los últimos semestre de ingeniería. Mediante esta opción, se pueden plantear preguntas o inquietudes que activarán nuevos procesos (figura 18).

Figura 18. Ingreso a los foros técnicos y de monitorías



b. Componentes para el aprendizaje

1. Ejercitadores

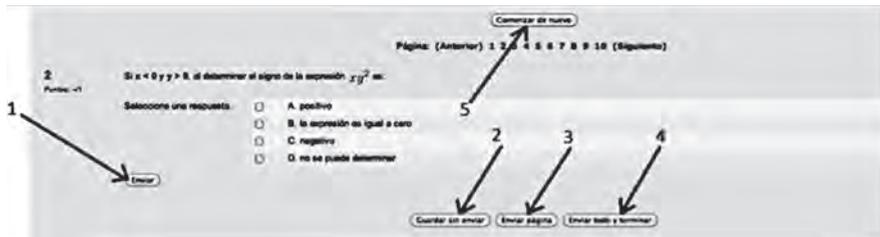
Los ejercitadores son un banco de ejercicios o problemas organizado por temas y competencias; cumplen dos objetivos principales: orientar o guiar el aprendizaje y servir de indicador en la autoevaluación.

Figura 19. Enlace para ingresar al banco de ejercitadores

COMPETENCIA OBJETO	COMPRENDE LOS CONCEPTOS CONSTRUIDOS	OPERA CON SIGNIFICADO	REPRESENTA, EXPRESA CON SIGNIFICADO
1.1 Números reales Notación científica Enfoque axiomático	1.1.1 Clasificar números reales de acuerdo con las características de cada subconjunto Ejercitador 1.1.1	1.1.2 Resolver ejercicios que hacen uso de los axiomas de orden y de las propiedades de los números reales. Ejercitador 1.1.2	1.1.3 Expresar enunciados verbales utilizando símbolos matemáticos; asimismo, tener en cuenta los axiomas de orden y las operaciones permitidas en el conjunto de los números reales. Ejercitador 1.1.3

Para ingresar a los ejercitadores, se selecciona el tipo de indicador teniendo en cuenta el tema y la competencia sobre la cual se trabajará. Se hace clic sobre el enlace correspondiente (figura 20).

Figura 20. Ejemplo de ejercitador y alternativas de guardar y envío



Al hacer clic sobre el enlace correspondiente, el sistema despliega una ventana con el primer ejercitador, no siempre se encuentran en el mismo orden; el sistema lo presenta de forma aleatoria.

Para trabajar con los ejercitadores, tenga en cuenta los siguientes pasos:

- Lea detenidamente el enunciado del ejercicio o problema.
- Determine qué información le entregan y cuál es la pregunta específica.
- Haga un revisión de su propia memoria y determine si con la información que posee puede resolver el problema o, por el contrario, necesita consultar el contenido de la unidad o información que se encuentre en la red.
- Resuelva el problema. Si es necesario, utilice una hoja para escribir el proceso.
- Seleccione la alternativa correspondiente.
- Revise el puntaje que le asigna el sistema. Si el puntaje es de cero, revise el proceso e identifique el error.
- Seleccione nuevamente la alternativa.

Una vez haya finalizado el ejercicio, debe tener en cuenta las opciones de registro y envío que ofrece el sistema (figura 20):

- **Guardar sin enviar.** El sistema guarda la solución del ejercicio, pero no la envía, opción 2.
- **Enviar.** El sistema envía sólo el ejercitador que se encuentra en pantalla en ese momento, opción 1.
- **Enviar todo y terminar.** El sistema envía todos los ejercitadores solucionados de la unidad actual, opción 4.
- **Comenzar de nuevo:** El sistema presenta nuevamente, y en forma aleatoria, el bloque de ejercitadores que corresponden a la unidad, opción 5.

El resultado o puntaje que le muestra el sistema al finalizar el desarrollo de cada bloque de ejercitadores se puede tomar como un indicador de la evaluación de la competencia y tema correspondientes. Es importante que tome este resultado y haga un análisis de su proceso de aprendizaje.

2. Contenido temático

El contenido temático de cada unidad está estructurado de acuerdo con un mapa conceptual que permite ver los conceptos que se trabajan en la unidad y las relaciones entre los mismos. Antes de iniciar la lectura de los contenidos, se sugiere analizar la estructura conceptual presentada en el mapa.

Para ingresar al mapa conceptual, se hace clic en el enlace correspondiente a la unidad, como se indica en la figura 21, opción 1.

Para ingresar a cualquiera de los contenidos, se hace clic sobre el tema que desee obtener información (figura 21, opción 2).

3. Proyecto colaborativo

El proyecto colaborativo es un problema de mayor complejidad que los ejercitadores y tiene la característica de que se diseña en un contexto. El objetivo de este problema es desarrollar la competencia del trabajo en grupo, la capacidad de negociación y la toma de decisiones en forma colaborativa. Para el desarrollo del trabajo colaborativo, se sugiere lo siguiente:

- **Identifique el grupo al cual pertenece.** Cada estudiante pertenece a un grupo de 4 o 5 integrantes, y para cada grupo se crea una wiki. Para ingresar al espacio de trabajo, haga clic en enlace “Proyecto de trabajo colaborativo” de la unidad correspondiente (figura 23). En la parte derecha de la ventana que se desplegará, se observa un cuadro de selección con la etiqueta “*otros wikis*” en donde solo aparece la wiki correspondiente a su grupo de trabajo (figura 24). Al seleccionar la wiki, encuentra el enunciado del problema y el espacio de trabajo.

Figura 21. Ingreso al mapa y a los contenidos temáticos.

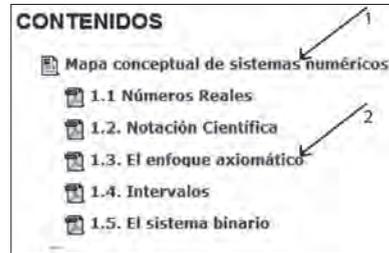


Figura 22. Estructura conceptual de una unidad temática

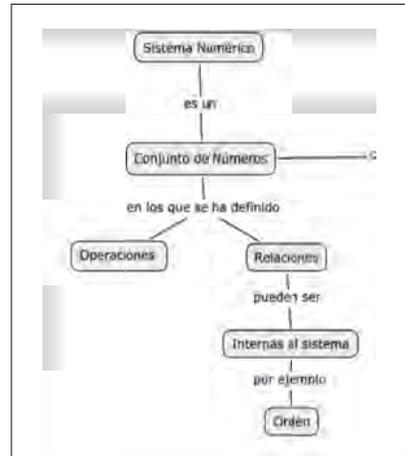


Figura 23. Entrada al trabajo colaborativo

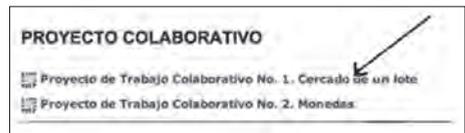
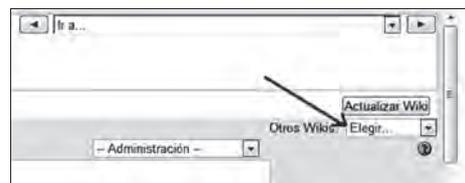


Figura 24. Ingreso a la wiki de trabajo colaborativo

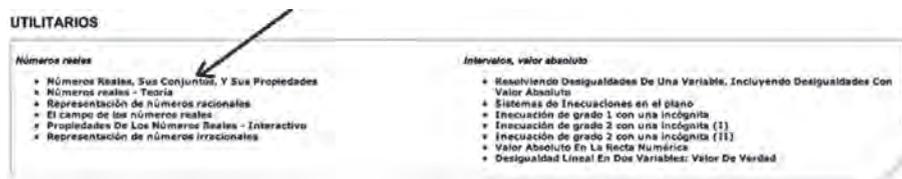


- **Identifique el grupo colaborativo con códigos y nombres.** Inicie el trabajo haciendo su presentación y escribiendo su nombre y código.
- **Asigne un nombre al proyecto.** Esta es la primera negociación que debe hacer el grupo. Se sugiere que el nombre sea significativo en relación con el contexto del problema planteado.
- **Enumere y describa los resultados esperados del proyecto.** La proyección acerca de los resultados del proyecto le permite al grupo fijar metas, que se convierten en el punto de partida para el diseño de estrategias.
- **Relacione los conceptos matemáticos necesarios para resolver el problema.** Esto le facilita al estudiante crear una relación entre el problema y el contenido de aplicación, o identificar dicha relación. Se sugiere organizar los conceptos mediante un mapa conceptual.
- **Elabore un plan de solución del problema.** Escriba los pasos y las estrategias que se deben seguir para la solución del problema.
- **Solucione el problema propuesto en el proyecto.** Proponga una solución para cada pregunta planteada. Si ya hay una propuesta de solución, revise los puntos sobre los cuales está de acuerdo y aquellos en que está en desacuerdo. En relación con estos últimos, revise la razón por la cual no coinciden las propuestas de solución y argumente su propuesta.
- **Escriba las aplicaciones en relación con su carrera.** Como paso final de la solución del problema, haga un análisis sobre la posible aplicación del tema y del problema desarrollado en el ámbito de su futuro desempeño profesional.

4. Repositorio de objetos virtuales de aprendizaje

Cada unidad cuenta con un repositorio de OVA para afianzar el aprendizaje de los temas. Algunos son de contenidos, cuya finalidad es ampliar la información presentada en el módulo; otros son simuladores, que tienen como objetivo ver el comportamiento de una variable al cambiar el valor de otra. El repositorio de OVA está representado por enlaces a sitios o páginas web que se han buscado y clasificado de acuerdo con la pertinencia con el tema de cada unidad. Para ingresar a cualquiera de estos utilitarios, debe hacer clic en su correspondiente enlace (figura 25).

Figura 25. Repositorio de objetos virtuales de aprendizaje



Objetos virtuales de aprendizaje y su organización

En esta sección se presenta una introducción al tema de los recursos digitales, la relación documentada de los materiales recomendados y una serie de repositorios en los que el lector podría encontrar nuevos materiales.

a. Recursos digitales

Uno de los aspectos en que más se benefician quienes participan en procesos educativos con incorporación de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC), y particularmente de Internet, es la mayor disponibilidad de fuentes de información y la posibilidad de tener acceso tanto a materiales escritos similares a los textos tradicionales pero en formato digital, como a otro tipo de recursos que brindan cierto grado de interactividad en el proceso de aprendizaje. Paradójicamente, esa misma abundancia de recursos puede convertirse en algo problemático. Por una parte, el crecimiento rápido del volumen de materiales publicados dificulta su organización; por otra, la facilidad con que se publican incide en una baja en su calidad.

Objetos virtuales de aprendizaje y recursos digitales son dos denominaciones frecuentemente utilizadas para referirse a materiales informáticos incorporados a la educación gracias a los rápidos avances tanto en prestaciones técnicas de los computadores como en técnicas de desarrollo de software. En la década de los años 80 se hablaba de materiales educativos computarizados (MEC), y el campo de desarrollo se conocía genéricamente como informática educativa. Desde mediados de los años 1990 se dio un salto enorme en conectividad, representado principalmente por el acceso masivo a Internet y su utilización para la búsqueda y publicación de información. En la actualidad el campo genérico se conoce como tecnologías de la información y la comunicación (TIC) aplicadas a la educación.

La denominación de materiales educativos computarizados (MEC) solía hacer referencia, dadas las limitaciones técnicas propias de la época comparadas con las actuales, a programas que se distribuían mediante copias en medio físico (disquetes o discos compactos) que funcionaban en ambientes monousuario y, en algunos casos, en pequeñas redes locales.

La capacidad de estos materiales para contener información los convirtió en objeto de interés de la International Federation of Library Associations and Institutions (IFLA), entidad responsable de la producción, revisión y actuali-

zación del International Standard Bibliographic Descriptions (ISBD), desde su primera versión publicada en 1969, y cuyo propósito era la estandarización de las descripciones bibliográficas; es decir, las descripciones utilizadas para el registro de libros en las bibliotecas (IFLA, 2007, p. x). La necesidad de catalogar también otro tipo de materiales motivó la creación del ISBD(CM) para materiales cartográficos (cartographic materials) y el ISBD(NBM) para materiales diferentes a los libros (nonbook materials), ambos publicados en 1977.

Como parte de este proceso de actualización permanente, hacia 1990 se publicó el ISBD(CF), primer estándar dedicado a la descripción de archivos de computador (computer files) con fines bibliográficos; es decir, como medio de consulta de información. En 1997 se publicó la revisión del ISBD(CF), cuyo nombre fue cambiado a ISBD(ER) para hacer referencia no a archivos de computador, sino a recursos electrónicos como concepto más amplio (electronic resources). En el 2007 se presentó el ISBD vigente, producto de una revisión general y que especifica los requerimientos para la descripción e identificación de los tipos de recursos publicados que usualmente poseen las bibliotecas, entre los cuales se incluyen textos impresos, recursos cartográficos, recursos electrónicos, imágenes en movimiento, recursos multimedia, grabaciones musicales, entre otros.

De acuerdo con la edición actual del ISBD, los recursos electrónicos se clasifican en dos categorías en relación con el modo de acceder a ellos: los recursos de acceso directo, que necesitan un soporte físico y para su reproducción deben ser insertados en algún dispositivo (esquema de producción y utilización de los MEC mencionados); y los recursos de acceso remoto, que no requieren manipulación de soporte físico portable, sino que se utilizan a través de una infraestructura de red computacional (IFLA, 2007, p. 13).

Más allá del tipo de acceso, la IFLA (2007, p. 304) presenta una definición de recurso electrónico que aplica para la mayoría de recursos generalmente disponibles, incluyendo aquellos a los que se tiene acceso vía telecomunicaciones:

Un recurso consistente de materiales que son controlados por un computador, incluyendo materiales que requieren el uso de algún dispositivo periférico (por ejemplo un reproductor de CD) conectado a un computador; los recursos pueden o no ser usados en modo interactivo. Hay dos tipos de recursos: datos (información en forma de letras, números,

gráficas, imágenes y sonidos, o una combinación de estos) y programas (instrucciones y rutinas para la ejecución de ciertas tareas incluyendo el procesamiento de datos). Adicionalmente, estos tipos de recursos pueden ser combinados para incluir datos y programas (por ejemplo software educativo con textos, gráficos y programas).

En el contexto colombiano, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en el 2004 puso a disposición de la comunidad el portal educativo “Colombia Aprende” (www.colombiaprende.edu.co.) En el 2005 implementó el Banco Nacional de Recursos Educativos y convocó al Concurso de Méritos Objetos Virtuales de Aprendizaje, con el propósito de fortalecer el Banco de Objetos Aprendizaje y ponerlo a disposición de toda la comunidad educativa nacional e internacional.

Durante este proceso, el MEN ha revisado las varias definiciones para este tipo de materiales (objeto de aprendizaje, recurso digital, objetos informativos) que fueron asimilándose al concepto de recurso electrónico sugerido por la IFLA.

Inicialmente, el MEN conceptuó como objeto de aprendizaje todo material con una estructuración significativa, propósito educativo, de carácter digital para consulta o distribución vía Internet, y acompañado de metadatos descriptivos que facilitarán su catalogación (Colombia aprende, 2004). En el 2008, define recurso digital como cualquier tipo de información almacenada en algún formato digital que esté asociada a un metadato, y cita a David Wiley para definir objeto informativo como recurso digital en cuya elaboración no se involucra ni filosofía ni teoría del aprendizaje (Colombia aprende, 2008). Según la definición vigente en el Banco de Objetos de Aprendizaje del portal Colombia Aprende, un objeto de aprendizaje es un “conjunto de recursos digitales, autocontenible y reutilizable, con un propósito educativo y constituido por al menos tres componentes internos: contenidos, actividades de aprendizaje y elementos de contextualización. El objeto de aprendizaje debe tener una estructura de información externa (metadatos) que facilite su almacenamiento, identificación y recuperación”. Esto sugiere que los recursos digitales se organizan para conformar objetos de aprendizaje, y que un mismo recurso puede ser incorporado a varios objetos.

La volatilidad del concepto ha avivado el debate académico. De acuerdo con Churchill (2005), existían tres vertientes técnicas principales:

- El concepto de objeto fraccionado en pequeños componentes reutilizables de los paquetes de aprendizaje (Cisco Systems, 2001; E-Learning Competence Center, 2003).
- El objeto de aprendizaje como elemento de repositorios digitales, que requiere de la incorporación de metadatos para facilitar su consulta y reutilización (IMS Global Learning Consortium, 2002).
- Un concepto que busca extender su ámbito a algo más genérico como cualquier recurso incorporado a procesos de aprendizaje soportados en tecnología (IEEE, 2001).

Aunque la discusión conceptual sobre recursos digitales y objetos de aprendizaje continúa, es importante destacar que el MEN, a través del portal Colombia Aprende, ha adoptado estos conceptos, así como una gran cantidad de repositorios de objetos de aprendizaje que cuentan con el estándar Learning Object Metadata (LOM) propuesto por IEEE; este modelo de catalogación de objetos de aprendizaje pretende ordenar y unificar el crecimiento exponencial de objetos de aprendizaje, lo cual es compatible con el interés general del IFLA, y justifica la creación de una especie de ficha bibliográfica para la organización de recursos digitales.

Cabe anotar que existen otras propuestas de organización, como el Sharable Content Object Reference Model (SCORM), pero en el presente trabajo se utilizará el estándar LOM con algunas restricciones.

- *Organización de objetos de aprendizaje con LOM*

El estándar LOM es un conjunto de 93 datos, sujeto a continuas ampliaciones, actualizaciones y mantenimiento a cargo del IEEE. Por su parte, el Ministerio de Educación Nacional adoptó para el portal Colombia Aprende una versión del estándar LOM, al que denominó LOM-CO, que determina cuáles de los datos iniciales propuestos por IEEE se consideran suficientes para un registro completo en Colombia.

Las tablas 5, 6, 7, 8 y 9 muestran las plantillas del estándar LOM-CO con las explicaciones de cada uno de sus datos; con esto, se pretende más adelante revisar los objetos de aprendizaje propuestos por esta investigación.

Tabla 5. Plantilla con el estándar LOM-CO general

1. General	
Título	Nombre asignado por el autor al objeto de aprendizaje
Idioma	El idioma utilizado en el objeto de aprendizaje para la comunicación con su usuario. La recomendación IEEE para el registro formal de objetos de aprendizaje es utilizar la codificación para los idiomas estandarizada en la norma ISO 639 (por ejemplo, “en” para inglés, “es” para español); de ser necesario, se complementa con la codificación de países estandarizada en la norma ISO 3166-1 (por ejemplo, “CO” para Colombia), la misma utilizada en las direcciones de Internet. Sin embargo, para efecto de sencillez, en este manual se utilizará el nombre del idioma.
Descripción	Descripción textual del contenido del objeto de aprendizaje.
Palabras clave	Palabras clave o frase descriptiva del tópico tratado en el objeto de aprendizaje.

Tabla 6. Plantilla con el estándar LOM-CO ciclo de vida

2. Ciclo de vida	
Versión	La edición del objeto de aprendizaje.
Autor(es)	Este campo del estándar LOM-CO es una simplificación del estándar LOM de IEEE, en el cual se recomienda registrar a todas las personas u organizaciones responsables del objeto de aprendizaje en cualquiera de los siguientes roles: <ul style="list-style-type: none"> • Autor • Responsable de publicación • Iniciador • Finalizador • Validador • Editor • Diseñador gráfico • Implementador técnico • Proveedor de contenido • Validador técnico • Validador educativo • Guionista • Diseñador instruccional • Experto temático Debido a la escasez de documentación de la mayoría de objetos referenciados, solo en caso de que se identifique a personas u organizaciones diferentes al autor se hará mención específica de sus roles. Por defecto, si solo se incluye(n) nombre(s), corresponde(n) al autor(es).
Entidad	Organización a la que pertenece el autor en lo pertinente al objeto de aprendizaje.
Fecha	Fecha de terminación del objeto de aprendizaje.

Tabla 7. Plantilla con el estándar LOM-CO aspectos técnicos

3. Técnico	
Formato	<p>Se registra aquí el tipo de dato de todos los componentes del objeto de aprendizaje con el fin de determinar el software requerido para el funcionamiento del objeto.</p> <p>La recomendación del IEEE para el registro formal de objetos de aprendizaje es utilizar la codificación para las extensiones multipropósito en Internet (MIME) estandarizada por la Internet Assigned Numbers Authority (IANA), componente de la Internet Engineering Task Force (IETF). Dicha clasificación es excesivamente compleja para los propósitos de este manual, pero de ella se extrae la siguiente lista de opciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aplicación • Audio (mp4/mpeg) • Imagen (gif/jpg/jpeg/png) • Video (mpeg) • Texto (html/rtf/xml)
Tamaño	Tamaño actual del objeto de aprendizaje, medido en bytes y representado como un número decimal.
Ubicación	Una cadena de caracteres que representa la dirección en donde está ubicado el objeto de aprendizaje.
Requerimientos	Requisitos técnicos necesarios para usar el objeto de aprendizaje, relacionados con hardware, software, conectividad, y las versiones mínimas o máximas requeridas. La recomendación del IEEE es incluir la lista de todos los requisitos técnicos. En el presente manual, solo se incluirán aquellos requisitos que pudieran llegar a ser excluyentes, por ejemplo, si solo funcionara en algunos sistemas operativos o navegadores, o si requiriera algunos complementos específicos.
Instrucciones de instalación	Descripción del proceso de instalación del objeto de aprendizaje, si fuera necesario.

Tabla 8. Plantilla con el estándar LOM-CO educacional

4. Educacional	
Tipo de interactividad	<p>Se refiere al modo predominante de aprendizaje que apoya el objeto. Para el registro se escoge una de las siguientes opciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Activo • Expositivo • Mixto <p>El modo aprendizaje activo induce al usuario a ejecutar acciones semánticamente significativas, como introducir datos, seleccionar alternativas, e incluso desarrollar actividades productivas que se efectúen al margen del objeto de aprendizaje.</p> <p>El modo de aprendizaje expositivo se enfoca en la transmisión de contenidos al usuario, sin exigirle alguna acción significativa.</p>

Tipo de recurso de aprendizaje	<p>Aquí se registrará una o varias de las siguientes opciones, en el orden de prevalencia que tengan en el objeto de aprendizaje:</p> <ul style="list-style-type: none"> • En el aprendizaje activo <ul style="list-style-type: none"> - Ejercicio (búsqueda de una solución) - Simulación (manipulación de controles, entrada de datos o parámetros) - Cuestionario (selección de respuestas escritas) - Planteamiento de problema (redacción de una solución) - Autoevaluación - Examen - Experimento • En el aprendizaje expositivo <ul style="list-style-type: none"> - Documento hipertextual (lectura y navegación) - Diagrama - Figura - Gráfica - Índice - Diapositiva - Tabla - Texto narrativo - Lectura
Nivel de interactividad	<p>Es el grado en que el usuario del objeto de aprendizaje puede influir en el aspecto o en el comportamiento del mismo. Se usará una de las siguientes opciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Muy bajo • Bajo • Medio • Alto • Muy alto <p>En el caso del aprendizaje activo, el nivel de interactividad alto supone, por ejemplo, el uso de controles para un ambiente de simulación, y el nivel de interactividad bajo implica, por ejemplo, que el objeto le plantea al usuario una serie de instrucciones para ejecutar al margen del objeto. En el caso del aprendizaje expositivo, el nivel de interactividad puede ser bajo cuando el usuario solo puede hacer un recorrido secuencial predeterminado del contenido, o puede ser alto cuando el recorrido puede hacerse por diversas rutas.</p>
Población objetivo	<p>Se escogerá una o varias de las siguientes opciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Profesor • Autor • Estudiante • Administrativo
Contexto de aprendizaje	<p>Se seleccionará una de las siguientes opciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Colegio • Educación superior • Entrenamiento • Otro

Tabla 9. Plantilla con el estándar LOM-CO derechos

5. Derechos	
Costo	<p>Se definirá si el objeto tiene costo o no. Se elegirá una de las siguientes opciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sí • No
Derechos de autor	<p>Una de las siguientes opciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sí • No
Otras restricciones	

b. Objetos de aprendizaje recomendados para el proyecto

De acuerdo con los objetivos planteados para esta investigación, se hizo una búsqueda de recursos educativos que dio como resultado un inventario de materiales clasificados de acuerdo con la estructura del aula virtual al inicio de este capítulo. Sin embargo, en razón de la cantidad de recursos de este tipo disponibles en Internet y de la calidad disímil de los mismos, se requiere que tanto docentes como estudiantes sean competentes en la búsqueda y evaluación de nuevos materiales, con el fin de complementar los aquí recomendados.

A continuación se presenta una relación de objetos de aprendizaje seleccionados para el proyecto, documentados mediante la plantilla del estándar LOM-CO explicada anteriormente. Los objetos están agrupados de acuerdo con las competencias del curso, y en cada uno se dan instrucciones acompañadas de gráficos para facilitar el uso a los docentes y estudiantes. Después de las instrucciones se incluye una ficha de documentación de cada OVA, cuya lectura se recomienda para ampliar la información en cuanto a la organización de recursos, siguiendo el estándar LOM-CO. En los casos en que se encontró la información, se hace un reconocimiento de la autoría del OVA en la ficha de documentación.

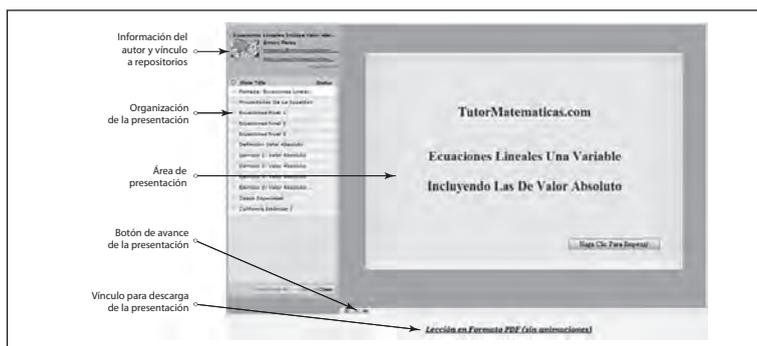
1. Números reales

- *La recta numérica y conjuntos de números*

Ubicación: http://tutormatematicas.com/ALG/Numeros_reales.html.

Está compuesto por dos componentes: una lección organizada a manera de presentación de diapositivas acerca de los conjuntos numéricos y de las propiedades de los números reales, y un *applet* interactivo que permite al usuario modificar valores de tres números y verificar el cumplimiento de las propiedades de los números reales (figura 26).

Figura 26. Applet interactivo para números reales



En la sección de información del autor, el primer vínculo conduce a un repositorio con objetos del mismo autor y a otros vínculos de repositorios que también se presentarán en este capítulo.

El componente de presentación consta de una área de organización a la izquierda y una área de presentación a la derecha. Pulsando en el área de organización se obtiene la primera diapositiva correspondiente a cada tema. El contenido de cada diapositiva es presentado gradualmente, de manera que el usuario debe pulsar el botón varias veces en cada una.

El usuario puede arrastrar a la izquierda y a la derecha el punto de los elementos deslizables por diferentes valores. A medida que lo hace, en el área de observación de resultados se van actualizando los valores en las ecuaciones asociadas a las siguientes propiedades y definiciones de los números reales: de identidad o aditiva; de aditivo inverso; asociativa de la adición; conmutativa de la adición; distributiva; definición de resta; definición de división; propiedad multiplicativa de identidad; multiplicativo inverso; propiedad multiplicativa del cero; propiedad asociativa de la multiplicación (figura 27).

Figura 27. Despliegue interactivo de valores

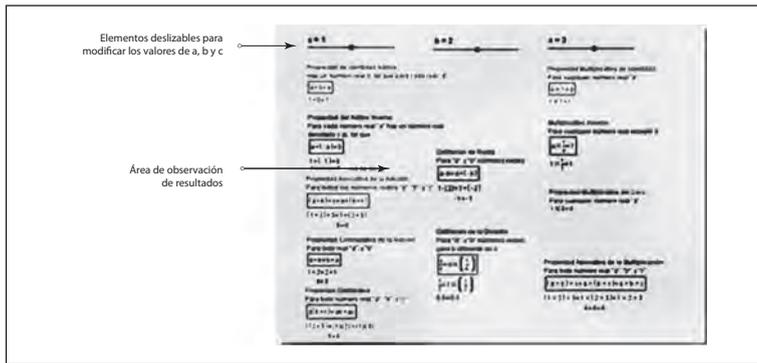


Tabla 10. Descripción del applet para números reales

1. General	
Título	La recta numérica y conjuntos de números. Propiedades de los números reales
Idioma	Español
Descripción	Comprende dos componentes: una lección organizada a manera de presentación de diapositivas acerca de los conjuntos numéricos y de las propiedades de los números reales, y un applet interactivo que permite al usuario modificar valores de tres números y verificar el cumplimiento de las propiedades de los números reales.
Palabras clave	Recta numérica, conjuntos de números, propiedades de los números.

2. Ciclo de vida	
Versión	No especificada
Autor(es)	Simón Pérez
Entidad	No especificada
Fecha	No especificada

3. Técnico	
Formato	Aplicación para presentación de diapositivas Aplicación para modificar parámetros de prueba de las propiedades de los números reales Texto html Texto descargable en formato pdf
Tamaño	No especificado
Ubicación	http://tutormatematicas.com/ALG/Numeros_reales.html
Requerimientos	Dependiendo de la configuración del navegador de Internet utilizado, puede requerir la instalación o ejecución de complementos de Java
Instrucciones de instalación	No se requiere instalación

4. Educacional	
Tipo de interactividad	Mixto
Tipo de recurso de aprendizaje	Diapositiva Simulación
Nivel de interactividad	Bajo
Población objetivo	Estudiante
Contexto de aprendizaje	Colegio Educación superior

5. Derechos	
Costo	No
Derechos de autor	No
Otras restricciones	

• *Representación de números racionales*

Ubicación: [http://www.geogebra.org/en/upload/files/javier_fernandez/ Numeros/representar_fracciones.html](http://www.geogebra.org/en/upload/files/javier_fernandez/Numeros/representar_fracciones.html).

Applet interactivo que permite al usuario seleccionar, mediante elementos deslizables, el numerador y el denominador de una fracción que se representa de forma gráfica en una recta numérica.

El primer elemento deslizable corresponde al numerador de la fracción; el segundo, al denominador. El usuario puede deslizar los puntos a la izquierda y a la derecha para escoger valores entre -15 y 25. Con estos valores se forma una fracción mediante el procedimiento que se muestra en el área de explicación, y que es la base para la representación en la recta numérica (figura 28).

Figura 28. Applet interactivo para números racionales

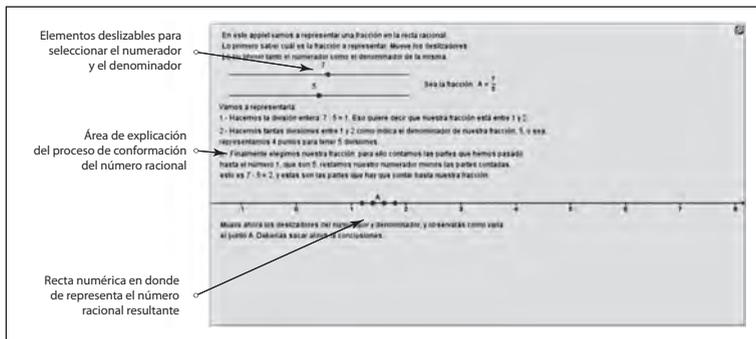


Tabla 11. Descripción de applet para números racionales

1. General	
Título	Representación de números reales
Idioma	Español
Descripción	Applet interactivo que permite al usuario seleccionar, mediante elementos deslizables, el numerador y el denominador de una fracción que se representa de forma gráfica en una recta numérica.
Palabras clave	Recta numérica, números racionales.

2. Ciclo de vida	
Versión	No especificada
Autor(es)	Javier Fernández
Entidad	No especificada
Fecha	No especificada

3. Técnico	
Formato	Aplicación para modificar parámetros de prueba de las propiedades de los números racionales Texto
Tamaño	No especificado
Ubicación	http://www.geogebra.org/en/upload/files/javier_fernandez/Numeros/representar_fracciones.html
Requerimientos	Dependiendo de la configuración del navegador de Internet utilizado, puede requerir la instalación o ejecución de complementos de Java.
Instrucciones de instalación	No requiere instalación

4. Educacional	
Tipo de interactividad	Mixto
Tipo de recurso de aprendizaje	Simulación
Nivel de interactividad	Bajo
Población objetivo	Estudiante
Contexto de aprendizaje	Colegio Educación superior

5. Derechos	
Costo	No
Derechos de autor	No
Otras restricciones	

2. Inecuaciones (valor absoluto)

- *Solución de desigualdades*

Ubicación: http://tutormatematicas.com/ALG/Solucion_desigualdades_incluyendo_valor_absoluto.html.

Es una lección organizada a manera de presentación de diapositivas acerca de las desigualdades y su proceso de solución.

En la sección de información del autor, el primer vínculo conduce a un repositorio con objetos del mismo autor, y a otros vínculos de repositorios.

El componente de presentación consta de una área de organización a la izquierda, y un área de presentación a la derecha. Pulsando en el área de organización, se obtiene la primera diapositiva correspondiente a cada tema. El contenido de cada diapositiva se presenta gradualmente, de manera que el usuario debe pulsar el botón varias veces en cada una (figura 29).

Figura 29. OVA para solución de desigualdades

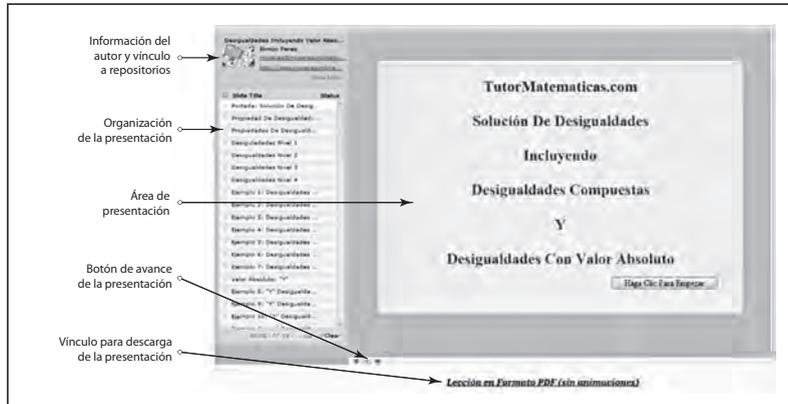


Tabla 12. Descripción de OVA para solución de desigualdades

1. General	
Título	Solución de desigualdades incluyendo desigualdades compuestas y desigualdades con valor absoluto
Idioma	Español
Descripción	Lección organizada a manera de presentación de diapositivas acerca de las desigualdades y su proceso de solución
Palabras clave	Desigualdades, desigualdades compuestas, desigualdades con valor absoluto
2. Ciclo de vida	
Versión	No especificada
Autor(es)	Simón Pérez
Entidad	No especificada
Fecha	No especificada
3. Técnico	
Formato	Aplicación para presentación de diapositivas Texto html Texto descargable en formato pdf
Tamaño	No especificado
Ubicación	http://tutormatematicas.com/ALG/Solucion_desigualdades_incluyendo_valor_absoluto.html
Requerimientos	Dependiendo de la configuración del navegador de Internet utilizado, puede requerir la instalación o ejecución de complementos de Java
Instrucciones de instalación	No se requiere instalación
4. Educativo	
Tipo de interactividad	Expositivo
Tipo de recurso de aprendizaje	Diapositiva
Nivel de interactividad	Muy bajo
Población objetivo	Estudiante
Contexto de aprendizaje	Colegio Educación superior

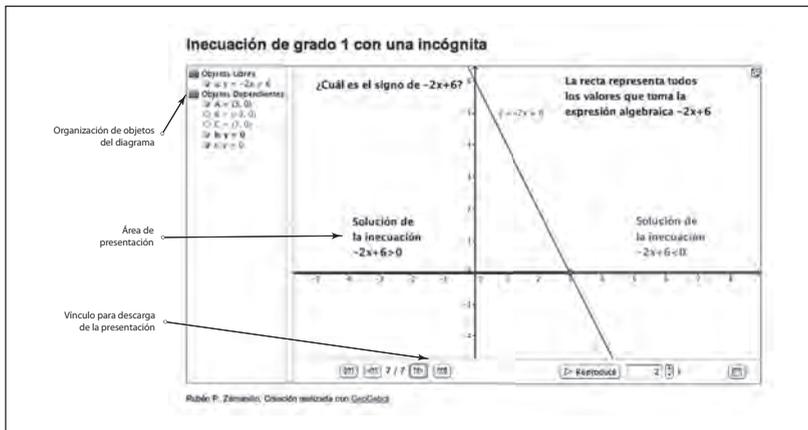
5. Derechos	
Costo	No
Derechos de autor	No
Otras restricciones	

- *Inecuación de grado 1 con una incógnita*

Ubicación: http://www.geogebra.org/en/upload/files/ruben/teo_Inecuacion_grd1_1var.html.

Comprende un *applet* interactivo que presenta una secuencia de gráficas para resolver paso a paso un sistema fijo de ecuaciones (figura 30).

Figura 30. Applet para el tema de inecuación de grado 1 con una incógnita



La aplicación cuenta con botones de navegación para que el usuario avance en la presentación de las siete diapositivas que muestran paso a paso la solución, por método gráfico, de una inecuación de grado 1 con una incógnita. En la parte superior izquierda, hay un árbol de organización, que mediante el color del texto indica el objeto correspondiente en el diagrama del área de presentación. La inecuación es siempre la misma y el usuario no puede modificar ningún parámetro.

Tabla 13. Descripción para inecuación de grado 1 con una incógnita

1. General	
Título	Inecuación de grado 1 con una incógnita
Idioma	Español
Descripción	Comprende un <i>applet</i> interactivo que presenta una secuencia de gráficas para resolver paso a paso un sistema fijo de ecuaciones
Palabras clave	Inecuaciones

2. Ciclo de vida	
Versión	No especificada
Autor(es)	Rubén P. Zamanillo
Entidad	No especificada
Fecha	No especificada

3. Técnico	
Formato	Aplicación para presentación de gráficas
Tamaño	No especificado
Ubicación	http://www.geogebra.org/en/upload/files/ruben/teo_inecuacion_grd1_1var.html
Requerimientos	Dependiendo de la configuración del navegador de Internet utilizado, puede requerir la instalación o ejecución de complementos de Java.
Instrucciones de instalación	No se requiere instalación

4. Educacional	
Tipo de interactividad	Expositivo
Tipo de recurso de aprendizaje	Diapositiva
Nivel de interactividad	Muy bajo
Población objetivo	Estudiante
Contexto de aprendizaje	Colegio Educación superior

5. Derechos	
Costo	No
Derechos de autor	No
Otras restricciones	

3. Ecuaciones

- *Ecuaciones lineales de una variable*

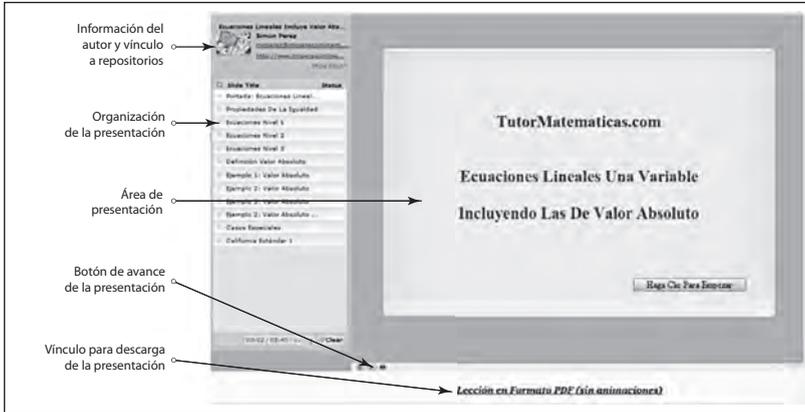
Ubicación: http://tutormatematicas.com/ALG/Solucion_ecuaciones_lineales_y_valor_absoluto.html.

Este objeto está integrado por dos componentes: una lección organizada a manera de presentación de diapositivas acerca de los conjuntos numéricos y de las propiedades de los números reales, y un *applet* interactivo que permite al usuario, mediante un elemento deslizable, determinar en la recta numérica los que tienen el valor absoluto seleccionado (figura 31).

En la sección de información del autor, el primer vínculo conduce a un repositorio con objetos del mismo autor. El componente de presentación consta de una área de organización a la izquierda, y una área de presentación a la derecha. Pulsando en el área de organización, se obtiene la primera diapositiva corres-

pendiente a cada tema. El contenido de cada diapositiva se presenta gradualmente, de manera que el usuario debe pulsar el botón varias veces en cada una.

Figura 31. Applet sobre ecuaciones lineales de una variable



El usuario puede arrastrar a la izquierda y a la derecha el punto del elemento deslizable por diferentes valores de valor absoluto entre 0 y 10. A medida que lo hace, en el área de observación de resultados se muestran en la recta numérica los valores de los dos números x_1 y x_2 , cuyo valor absoluto es el seleccionado por el usuario. En la parte derecha se muestran en texto los mismos valores correspondientes (figura 32).

Figura 32. Área de observación del applet sobre ecuaciones lineales de una variable

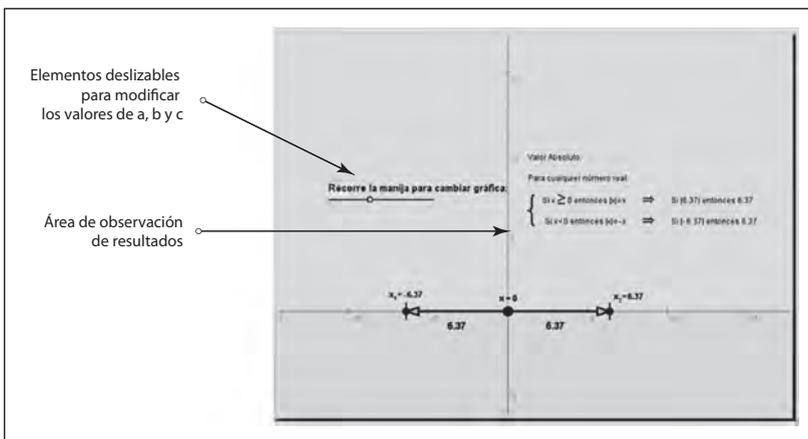


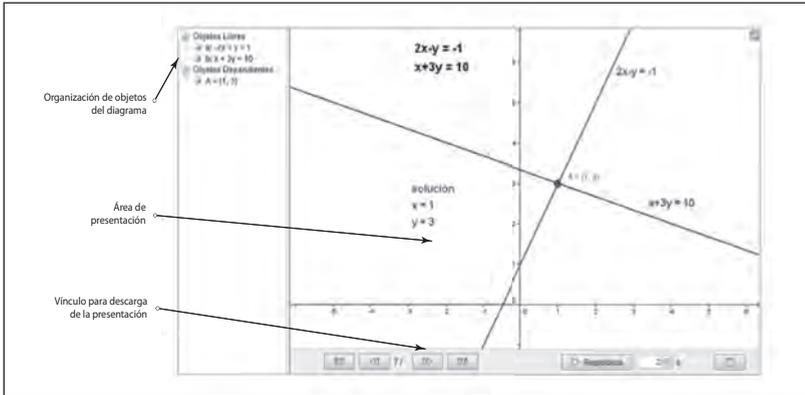
Tabla 14. Descripción de *applet* para ecuaciones lineales con una variable

1. General	
Título	Ecuaciones lineales de una variable incluyendo las de valor absoluto
Idioma	Español
Descripción	Comprende dos componentes: una lección organizada a manera de presentación de diapositivas acerca de los conjuntos numéricos y de las propiedades de los números reales, y un <i>applet</i> interactivo que permite al usuario, mediante un elemento deslizante, determinar en la recta numérica los que tienen el valor absoluto seleccionado,
Palabras clave	Ecuaciones lineales, valor absoluto.
2. Ciclo de vida	
Versión	No especificada
Autor(es)	Simón Pérez
Entidad	No especificada
Fecha	No especificada
3. Técnico	
Formato	Aplicación para presentación de diapositivas Aplicación para modificar parámetros de prueba de valor absoluto Texto html Texto descargable en formato pdf
Tamaño	No especificado
Ubicación	http://tutormatematicas.com/ALG/Solucion_ecuaciones_lineales_y_valor_absoluto.html
Requerimientos	Dependiendo de la configuración del navegador de Internet utilizado, puede requerir la instalación o ejecución de complementos de Java.
Instrucciones de instalación	No se requiere instalación
4. Educacional	
Tipo de interactividad	Mixto
Tipo de recurso de aprendizaje	Diapositiva Simulación
Nivel de interactividad	Bajo
Población objetivo	Estudiante
Contexto de aprendizaje	Colegio Educación superior
5. Derechos	
Costo	No
Derechos de autor	No
Otras restricciones	

• **Resolución gráfica de sistemas**

Ubicación: http://www.geogebra.org/en/upload/files/ruben/teo_ResuelveGeoGebra_1.html .

Figura 33. Applet para resolución paso a paso de un sistema fijo de ecuaciones



Este recurso comprende un *applet* interactivo que presenta una secuencia de gráficas que resuelven, paso a paso, un sistema fijo de ecuaciones.

La aplicación cuenta con botones de navegación para que el usuario avance en la presentación de las siete diapositivas que muestran paso a paso la solución, por método gráfico, de un sistema de dos ecuaciones lineales. En la parte superior izquierda, hay un árbol de organización, que mediante el color del texto indica el objeto correspondiente en el diagrama del área de presentación. El sistema de ecuaciones lineales es siempre el mismo y el usuario no puede modificar ningún parámetro.

Tabla 15. Descripción de applet para resolución paso a paso de un sistema fijo de ecuaciones

1. General	
Título	Resolución gráfica de sistemas (1)
Idioma	Español
Descripción	Comprende un <i>applet</i> interactivo que presenta una secuencia de gráficas en que se resuelve paso a paso un sistema fijo de ecuaciones
Palabras clave	Ecuaciones lineales, resolución de sistemas de ecuaciones lineales
2. Ciclo de vida	
Versión	No especificada
Autor(es)	Rubén P. Zamanillo
Entidad	No especificada
Fecha	No especificada

3. Técnico	
Formato	Aplicación para presentación de gráficas
Tamaño	No especificado
Ubicación	http://www.geogebra.org/en/upload/files/ruben/teo_ResuelveGeoGebra_1.html
Requerimientos	Dependiendo de la configuración del navegador de Internet utilizado, puede requerir la instalación o ejecución de complementos de Java.
Instrucciones de instalación	No se requiere instalación

4. Educacional	
Tipo de interactividad	Expositivo
Tipo de recurso de aprendizaje	Diapositiva
Nivel de interactividad	Muy bajo
Población objetivo	Estudiante
Contexto de aprendizaje	Colegio Educación superior

5. Derechos	
Costo	No
Derechos de autor	No
Otras restricciones	

4. Plano cartesiano

- *Coordenadas cartesianas. Análisis*

Ubicación: http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Coordenadas_cartesianas/Coordenadas_cartesianas.htm.

Contiene cuatro *applets* interactivos en los que se pueden realizar ejercicios de localización de puntos en el plano cartesiano.

La lección está dividida en cuatro secciones: 1. Organización del plano; 2. El plano cartesiano; 3. Puntos y parejas de números; y 4. Coordenadas de un punto: abscisa y ordenada. Para cada una de estas secciones se tiene una aplicación y un conjunto de instrucciones. En el primer *applet* se muestra la organización básica de un plano cartesiano, determinado por los ejes y el origen del sistema de coordenadas en el cruce de los mismos (figura 34). Arrastrando el puntero del mouse por el plano, la aplicación muestra la coordenada correspondiente al punto dado (figura 35).

Figura 34. Applet sobre organización básica del plano cartesiano

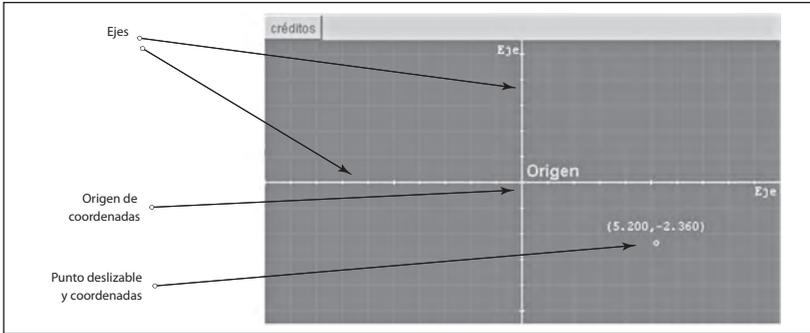
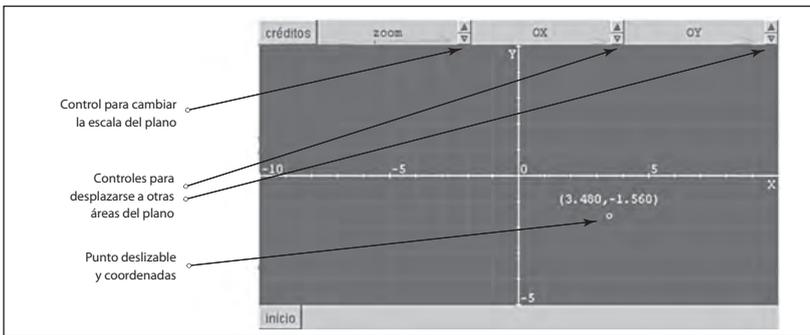


Figura 35. Controles del applet sobre plano cartesiano



En el segundo *applet*, los ejes del plano cartesiano tienen escala numérica, con lo que la coordenada del punto resulta más comprensible para el usuario. El plano cartesiano está configurado inicialmente para valores entre -10 y 10 en el eje x, y entre -5 y 5 en el eje y. En la parte superior hay controles para cambiar la escala del plano, y para realizar desplazamientos en los ejes con el fin de observar otras regiones del plano.

El tercer *applet*, la sección “Puntos y parejas de números”, muestra el punto correspondiente a una pareja de números o coordenadas (x,y). El usuario puede incrementar o disminuir los valores de ‘x’ y de ‘y’ mediante los controles de la parte inferior, y la aplicación desplazará el punto rojo a la posición correspondiente en el plano.

En la sección denominada Coordenadas de un punto: abscisa y ordenada, el último *applet* permite al usuario arrastrar con el mouse el punto deslizable.

A medida que esto sucede, la aplicación muestra sobre los ejes la proyección de los valores de abscisa y ordenada de la posición del punto en el plano. Los rótulos “abscisa” y “ordenada” aparecen sobre el valor de la componente correspondiente en los controles de la parte inferior (figura 36).

Figura 36. Control de coordenadas

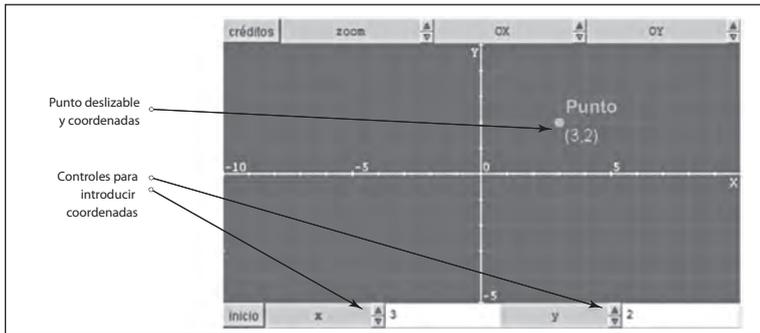


Figura 37. Proyección de coordenadas

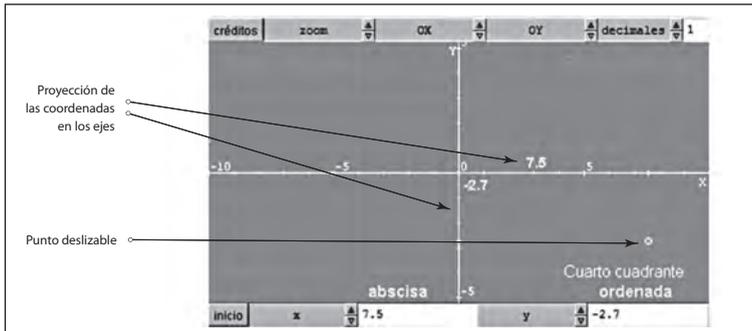


Tabla 16. Descripción de applet para coordenadas cartesianas

1. General	
Título	Coordenadas cartesianas – Análisis
Idioma	Español
Descripción	Contiene cuatro applets interactivos en los que se pueden realizar ejercicios de localización de puntos en el plano cartesiano
Palabras clave	Plano cartesiano, coordenadas

2. Ciclo de vida	
Versión	No especificada
Autor(es)	Juan Madrigal Muga – Autor de la lección José Luis Abreu, Juan Madrigal Muga, José R. Galo Sánchez – Diseñadores José Luis Abreu, Marta Oliveró Serrat – Programadores de los applets
Entidad	Instituto de Tecnologías Educativas – Ministerio de Educación – Gobierno de España
Fecha	2001

3. Técnico	
Formato	Aplicación para la ejercitación en planos cartesianos Texto html
Tamaño	No especificado
Ubicación	http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Coordenadas_cartesianas/Coordenadas_cartesianas.htm
Requerimientos	Dependiendo de la configuración del navegador de Internet utilizado, puede requerir la instalación o ejecución de complementos de Java. Requiere también la instalación del software Descartes 2D, cuyas instrucciones y archivos instaladores los ofrece la misma página.
Instrucciones de instalación	No se requiere instalación, salvo la instalación de complementos ya mencionada

4. Educativo	
Tipo de interactividad	Activo
Tipo de recurso de aprendizaje	Simulación
Nivel de interactividad	Medio
Población objetivo	Estudiante
Contexto de aprendizaje	Colegio Educación superior

5. Derechos	
Costo	No
Derechos de autor	Licencia Creative Commons
Otras restricciones	

- *Representación de puntos. Análisis*

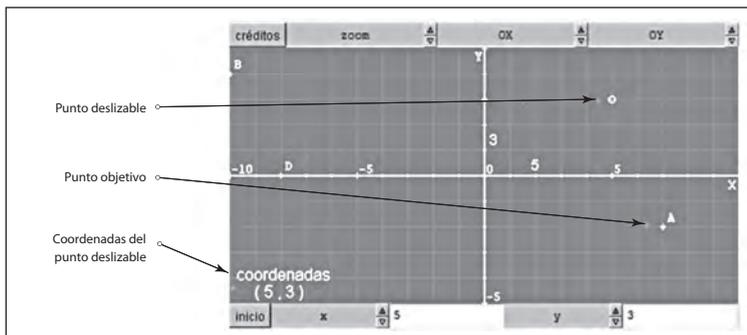
Ubicación: http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Coordenadas_cartesianas/Representacion%20de%20puntos.htm.

Contiene tres *applets* interactivos en los que se pueden realizar ejercicios de localización de puntos en el plano cartesiano.

Este recurso es una continuación del explicado en la sección anterior. Consiste en una lección dividida en tres secciones: 1. Localización de coordenadas con valores enteros; 2. Localización de coordenadas con valores decimales; y 3. Localización de coordenadas.

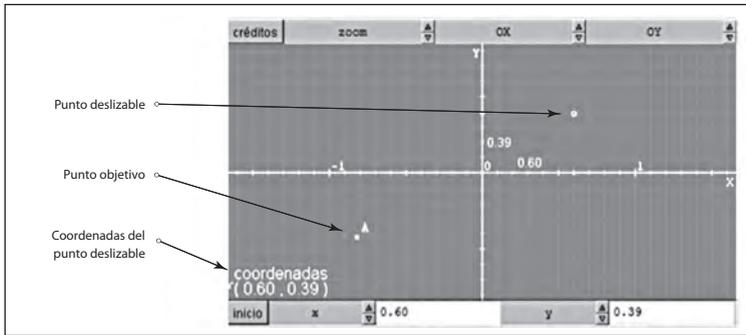
El *applet* correspondiente a la primera sección presenta un plano cartesiano sobre el cual se puede deslizar un punto, únicamente en las coordenadas conformadas por valores enteros de las abscisas y de las ordenadas. En el texto que acompaña a este *applet*, en el recurso completo en Internet, se le pide al estudiante que determine las coordenadas de ocho puntos objetivo propuestos, las anote en una hoja de trabajo, y luego valide sus respuestas arrastrando el punto deslizable hasta cada punto objetivo. En la parte inferior izquierda la aplicación muestra la coordenada correspondiente. Algunos de los puntos objetivos sugeridos están fuera del área visible del plano cartesiano, por lo que el estudiante debe modificar la escala con los controles de la parte superior de la aplicación (figura 38).

Figura 38. Applet para localización de puntos



El segundo *applet* permite efectuar la misma actividad del primero, pero la escala del plano tiene precisión de dos cifras decimales (figura 38).

Figura 39. Escala de plano con dos cifras decimales de precisión



Con el último *applet* se plantea una actividad de evaluación. Para esto, la aplicación genera un punto objetivo, y el usuario debe determinar sus coordenadas y verificarlas introduciendo los valores de 'x' y de 'y' en la sección de parámetros de la parte inferior (figura 40). Si el punto parametrizable está alejado del punto objetivo, se recomienda introducir los parámetros por teclado y luego pulsar la tecla *enter*, ya que el desplazamiento con los controles es lento, y sólo es apropiado para acercar el punto parametrizable con precisión. Una vez puesto el punto parametrizable justo sobre el objetivo, se puede pulsar el botón "animar" para actualizar los contadores de evaluación. Sin embargo, se debe tener en cuenta que al requerir una aproximación con dos cifras decimales de precisión, es difícil llegar a la posición exacta, y el contador de aciertos no le reconoce al estudiante las aproximaciones.

Figura 40. Escenario para actividad de evaluación

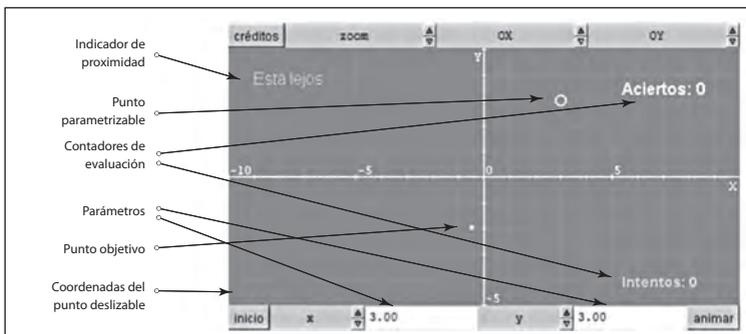


Tabla 17. Descripción de applet para representación de puntos

1. General	
Título	Representación de puntos. Análisis
Idioma	Español
Descripción	Contiene tres applets interactivos en los que se pueden realizar ejercicios de localización de puntos en el plano cartesiano.
Palabras clave	Plano cartesiano, coordenadas
2. Ciclo de vida	
Versión	No especificada
Autor(es)	Juan Madrigal Muga – Autor de la lección José Luis Abreu, Juan Madrigal Muga, José R. Galo Sánchez – Diseñadores José Luis Abreu, Marta Oliveró Serrat – Programadores de los <i>applets</i>
Entidad	Instituto de Tecnologías Educativas – Ministerio de Educación – Gobierno de España
Fecha	2001
3. Técnico	
Formato	Aplicación para la ejercitación en planos cartesianos Texto html
Tamaño	No especificado
Ubicación	http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Coordenadas_cartesianas/Representacion%20de%20puntos.htm
Requerimientos	Dependiendo de la configuración del navegador de Internet utilizado, puede requerir la instalación o ejecución de complementos de Java. Requiere también la instalación del software Descartes 2D, cuyas instrucciones y archivos instaladores los ofrece la misma página.
Instrucciones de instalación	No se requiere instalación, salvo la instalación de complementos ya mencionada
4. Educativo	
Tipo de interactividad	Activo
Tipo de recurso de aprendizaje	Simulación Autoevaluación
Nivel de interactividad	Medio
Población objetivo	Estudiante
Contexto de aprendizaje	Colegio Educación superior
5. Derechos	
Costo	No
Derechos de autor	Licencia Creative Commons
Otras restricciones	

5. Funciones

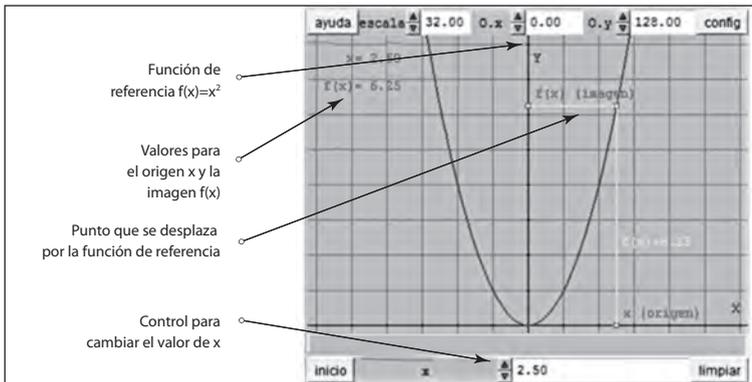
- *Introducción a funciones*

Ubicación: <http://centros5.pntic.mec.es/~marque12/matem/funciones/funciones1.htm>.

Unidad didáctica introductoria al tema de funciones que contiene texto y cinco applets interactivos con los que el usuario puede realizar ejercicios básicos sobre imagen de un elemento, imagen inversa y composición de funciones.

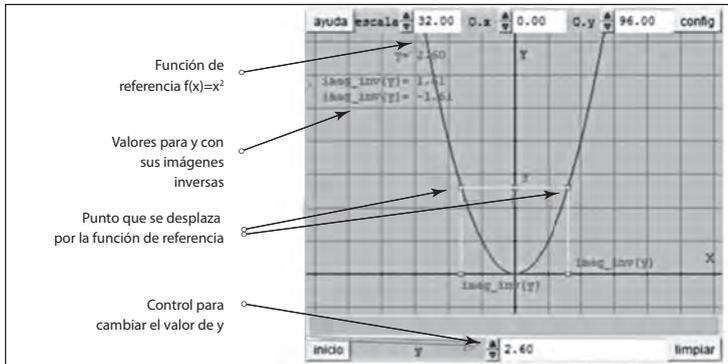
La lección o unidad didáctica está dividida en varias secciones: 1. Tablas de datos; 2. Sucesiones; 3. Interpolación; 4. Definición de función; 5. Imagen de un elemento; 6. Imagen inversa o recíproca de un elemento; 7. ¿Qué puntos (x,y) son los que están sobre la gráfica de una función?; 8. Composición de funciones.

Figura 41. Applet sobre imagen de un elemento



El primer *applet* de esta lección corresponde a la “sección 5. Imagen de un elemento” (figura 41). Presenta un plano cartesiano en el que está dibujada en azul la función de referencia $f(x)=x^2$. En la parte inferior, hay una casilla con el valor de ‘x’ que puede ser modificado mediante el control a la izquierda del valor. A medida que el usuario cambia este valor, un punto se desplaza por la función de referencia hasta el valor correspondiente a x, y muestra la proyección sobre el eje y de la imagen de x.

Figura 42. Applet para imagen inversa



El segundo *applet*, que corresponde a la “sección 6. Imagen inversa o recíproca de un elemento” (figura 42), presenta un plano cartesiano en el que está dibujada en azul la función de referencia $f(x)=x^2$. En la parte inferior, hay una casilla con el valor de ‘ y ’ que puede ser modificado mediante el control a la izquierda del valor. A medida que el usuario cambia este valor, dos puntos se desplazan por la función de referencia hasta los valores correspondientes de ‘ y ’ y muestra la proyección sobre el eje ‘ x ’ de la imagen inversa de ‘ y ’.

Figura 43. Applet sobre función de referencia

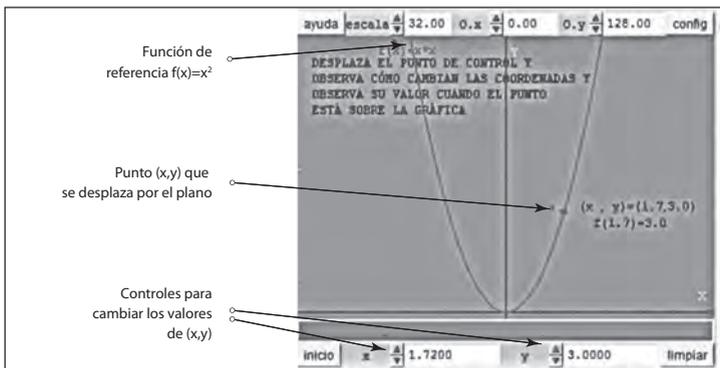
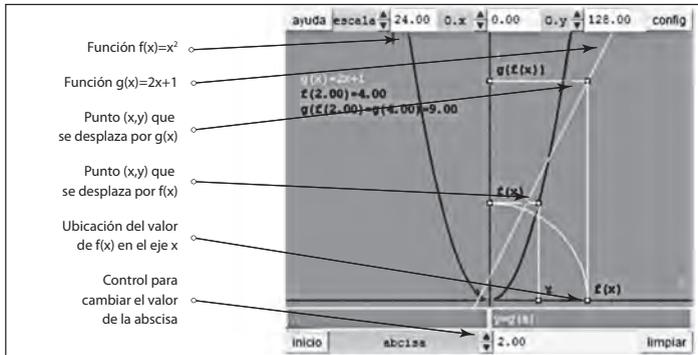


Figura 44. Applet sobre composición de funciones



En la “sección 7. Qué puntos (x, y) son los que están sobre la gráfica de una función”, otro *applet* (figura 44) permite comprobar si un punto del plano está sobre la función de referencia $f(x)=x^2$. En el texto de la unidad didáctica se propone una serie de puntos (x,y) y se le pide al usuario determinar si estos están sobre la gráfica, y luego hacer la comprobación, la cual se puede realizar modificando los valores de (x,y) mediante los controles de la parte inferior, con lo cual el punto correspondiente se desplaza por el plano. El usuario debe estar atento a la ubicación del punto sobre la función de referencia.

El *applet* correspondiente a la “sección 8. Composición de funciones” (figura 44) representa la composición de las funciones $f(x)=x^2$ y $g(x)=2x+1$ cuando se aplica $g(x)$ sobre el resultado de $f(x)$. Para esto, la aplicación tiene en la parte inferior un control para que el usuario modifique el valor de ‘ x ’; es decir, el valor de la abscisa. Un punto móvil se desplaza por la función $f(x)$ hasta la posición correspondiente y proyecta sobre el eje ‘ y ’ el valor resultante, a partir del cual otro punto móvil se desplaza por la función $g(x)$ hasta la posición que corresponda, y proyecta sobre el eje ‘ y ’ el valor resultante. En la parte superior izquierda del plano, aparecen los valores para $f(x)$ y para $g(x)$ cuando se aplica sobre $f(x)$.

El último *applet* de la unidad didáctica (figura 45) es similar al anterior, pero ahora incluye un punto que muestra el resultado de la función $g(x)$ correspondiente al valor de la abscisa original; es decir, la que se utilizó para calcular $f(x)$. Al desplazarse este punto, se va dibujando la función compuesta resultante $g(f(x))$.

Figura 45. Applet para la función compuesta resultante $g(f(x))$

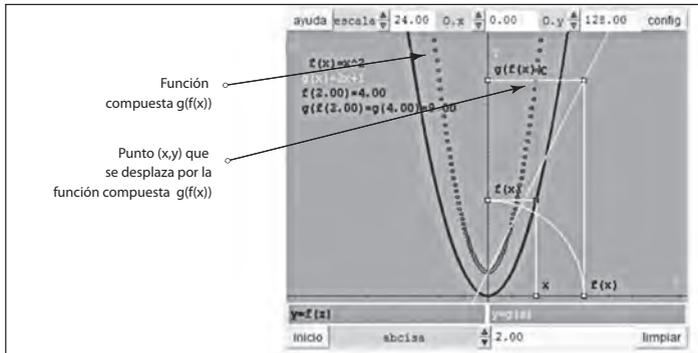


Tabla 18. Descripción de conjunto de *applets* sobre introducción a funciones

1. General	
Título	Funciones 1 – Introducción
Idioma	Español
Descripción	Unidad didáctica introductiva al tema de funciones. Contiene texto y 5 applets interactivos que permite al usuario realizar ejercicios básicos sobre imagen de un elemento, imagen inversa y composición de funciones.
Palabras clave	Funciones, dominio, recorrido, imagen, imagen inversa, composición de funciones

2. Ciclo de vida	
Versión	No especificada
Autor(es)	Carlos Fleitas – Autor de la lección José Luis Abreu León – Programador de los <i>applets</i>
Entidad	Departamento de Matemáticas, IES Marqués de Santillana, Colmenar Viejo, Madrid Instituto de Tecnologías Educativas – Ministerio de Educación – Gobierno de España
Fecha	No especificada

3. Técnico	
Formato	Texto html Aplicaciones para la ejercitación en funciones
Tamaño	No especificado
Ubicación	http://centros5.pntic.mec.es/~marque12/matem/funciones/funciones1.htm
Requerimientos	Dependiendo de la configuración del navegador de Internet utilizado, puede requerir la instalación o ejecución de complementos de Java.
Instrucciones de instalación	

4. Educativo	
Tipo de interactividad	Activo
Tipo de recurso de aprendizaje	Simulación Autoevaluación
Nivel de interactividad	Medio
Población objetivo	Estudiante
Contexto de aprendizaje	Colegio Educación superior

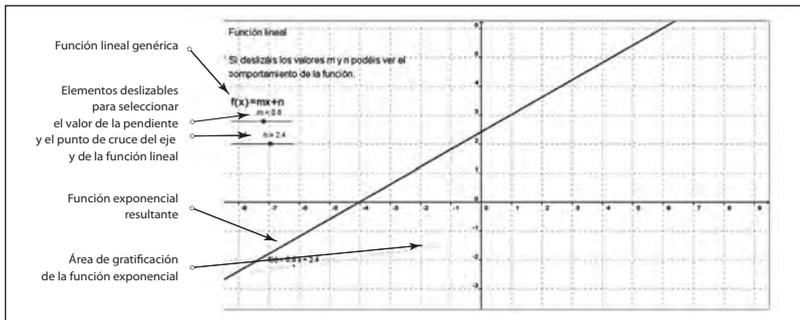
5. Derechos	
Costo	No
Derechos de autor	No
Otras restricciones	

• *Función lineal*

Ubicación: http://www.geogebra.org/en/upload/files/inma_gijon_cardos/Funciones/Exponencial/exponencial.html.

Applet interactivo que permite al usuario seleccionar el valor de “m” y “n” y graficar la función $f(x)=mx+n$.

Figura 46. Applet interactivo para función lineal



El usuario puede utilizar los elementos deslizables para seleccionar valores de la pendiente m entre -10 y 10 con una cifra decimal, y valores para el punto de corte n con el eje ‘y’ entre -10 y 10 . A medida que el elemento deslizable cambia de valor, se actualiza la expresión de la función lineal resultante y la graficación de la función (figura 46).

Tabla 19. Descripción de applet para función lineal

1. General	
Título	Función lineal
Idioma	Español
Descripción	Applet interactivo que permite al usuario seleccionar el valor de "m" y "n" y graficar la función $f(x)=mx+n$
Palabras clave	Función lineal, pendiente de una recta.

2. Ciclo de vida	
Versión	No especificada
Autor(es)	Inmaculada Gijón Cardos
Entidad	No especificada
Fecha	No especificada

3. Técnico	
Formato	Aplicación para modificar parámetros y graficar la función lineal resultante
Tamaño	No especificado
Ubicación	http://www.geogebra.org/en/upload/files/inma_gijon_cardos/Funciones/Exponencial/exponencial.html
Requerimientos	Dependiendo de la configuración del navegador de Internet utilizado, puede requerir la instalación o ejecución de complementos de Java.
Instrucciones de instalación	

4. Educacional	
Tipo de interactividad	Activo
Tipo de recurso de aprendizaje	Simulación
Nivel de interactividad	Medio
Población objetivo	Estudiante
Contexto de aprendizaje	Colegio Educación superior

5. Derechos	
Costo	No
Derechos de autor	No
Otras restricciones	

6. Exponentes, logaritmos y radicales

- *Propiedades de los exponentes*

Ubicación: http://tutormaticas.com/archivoCAR/archivoCAR_alg/Interactivo_Propiedades_Exponentes.html.

Es un *applet* interactivo que permite al usuario modificar valores de cuatro parámetros y verificar el cumplimiento de las propiedades de los exponentes (figura 47).

En la parte inferior derecha del *applet*, hay cuatro elementos deslizables. El usuario debe arrastrar el punto a la izquierda o a la derecha para determinar los valores de los parámetros. A medida que el usuario cambia los valores, se actualizan las ecuaciones del área de observación de resultados, en la que se explica cada una de las siguientes propiedades y definiciones de los exponentes: propiedad del exponente cero; propiedad del producto de potencias; propiedad distributiva de los exponentes; propiedad de exponentes racionales; propiedad de cocientes de potencias; exponente igual a uno; definición de raíz cuadrada; definición de exponente negativo; propiedad de potencia a la potencia.

Figura 47. Applet interactivo para verificar las propiedades de los exponentes.

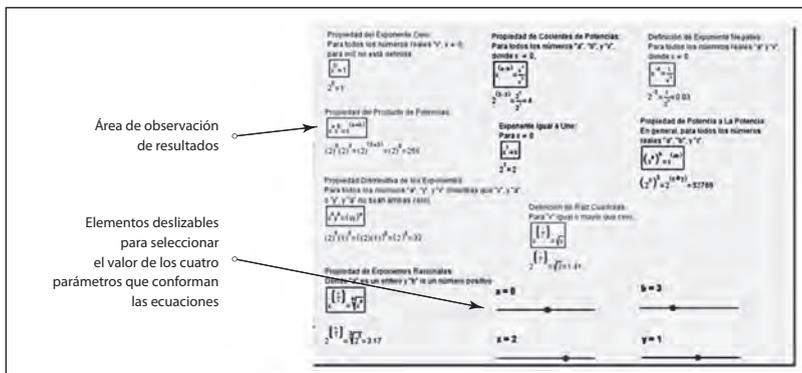


Tabla 20. Descripción de applet sobre el tema de propiedades de los exponentes

1. General	
Título	Propiedades de los exponentes
Idioma	Español
Descripción	Applet interactivo que permite al usuario modificar valores de cuatro parámetros y verificar el cumplimiento de las propiedades de los exponentes
Palabras clave	Exponentes

2. Ciclo de vida	
Versión	No especificada
Autor(es)	Simón Pérez – No hay mención a información académica
Entidad	No especificada
Fecha	No especificada

3. Técnico	
Formato	Aplicación para modificar parámetros de prueba de las propiedades de los números reales Texto
Tamaño	No especificado
Ubicación	http://tutormatematicas.com/archivoCAR/archivoCAR_alg/Interactivo_Propiedades_Exponentes.html
Requerimientos	Dependiendo de la configuración del navegador de Internet utilizado, puede requerir la instalación o ejecución de complementos de Java.
Instrucciones de instalación	

4. Educacional	
Tipo de interactividad	Mixto
Tipo de recurso de aprendizaje	Simulación
Nivel de interactividad	Bajo
Población objetivo	Estudiante
Contexto de aprendizaje	Colegio Educación superior

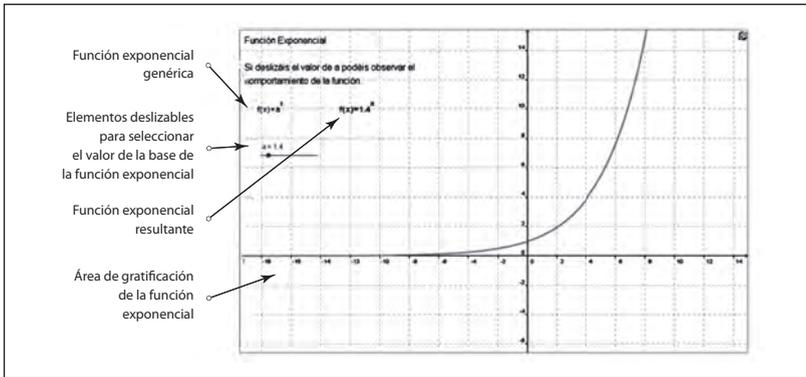
5. Derechos	
Costo	No
Derechos de autor	No
Otras restricciones	

• *Función exponencial*

Ubicación: http://www.geogebra.org/en/upload/files/inma_gijon_cardos/Funciones/Exponencial/exponencial.html.

Applet interactivo que permite al usuario seleccionar el valor de “a” y grafica la función $f(x)=ax$

Figura 48. Applet sobre función exponencial



El usuario puede utilizar el elemento deslizable para seleccionar valores entre 0 y 10 con una cifra decimal, para la base de la función exponencial (figura 48). A medida que el elemento deslizable cambia de valor, se actualiza la expresión de la función exponencial resultante y la graficación de la función.

Tabla 21. Descripción de applet sobre función exponencial

1. General	
Título	Función exponencial
Idioma	Español
Descripción	<i>Applet</i> interactivo que permite al usuario seleccionar el valor de “a” y graficar la función $f(x)=ax$
Palabras clave	Función exponencial

2. Ciclo de vida	
Versión	No especificada
Autor(es)	Inmaculada Gijón Cardos
Entidad	No especificada
Fecha	No especificada

3. Técnico	
Formato	Aplicación para modificar parámetros de prueba y graficar la función exponencial resultante Texto
Tamaño	No especificado
Ubicación	http://www.geogebra.org/en/upload/files/inma_gijon_cardos/Funciones/Exponencial/exponencial.html
Requerimientos	Dependiendo de la configuración del navegador de Internet utilizado, puede requerir la instalación o ejecución de complementos de Java.
Instrucciones de instalación	

4. Educacional	
Tipo de interactividad	Activo
Tipo de recurso de aprendizaje	Simulación
Nivel de interactividad	Medio
Población objetivo	Estudiante
Contexto de aprendizaje	Colegio Educación superior

5. Derechos	
Costo	No
Derechos de autor	No
Otras restricciones	

- *Propiedades de los logaritmos*

Ubicación: http://tutormatematicas.com/archivoCAR/archivoCAR_alg/Interactivo_Propiedades_Logarithmos.html.

Applet interactivo que permite al usuario seleccionar parámetros, graficar una función logarítmica y verificar algunas propiedades de los logaritmos (figura 49).

Los cinco elementos deslizable horizontales sirven para que el usuario seleccione los valores de los parámetros para construir la función logarítmica $y = \log_b(x)$. Cuando se selecciona un nuevo valor de “b” o de “x”, se actualiza la gráfica de la función exponencial. Sobre dicha gráfica hay otro elemento deslizable, que se desplaza a lo largo de la función y muestra las coordenadas de

los puntos que la conforman. En la parte inferior, se actualizan las ecuaciones del área de observación de resultados, en la que se explican las siguientes propiedades de los logaritmos: cambio de base y logaritmos con la misma base.

Figura 49. Applet sobre función logarítmica

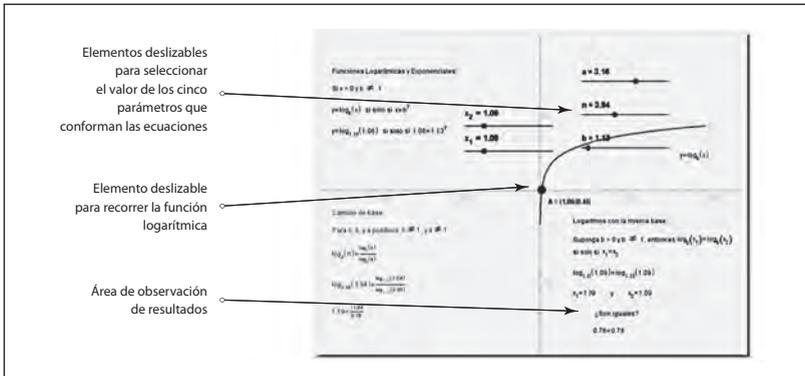


Tabla 22. Descripción de *applet* sobre propiedades de los logaritmos

1. General	
Título	Propiedades de los logaritmos. Potencia, producto y cociente de logaritmos
Idioma	Español
Descripción	<i>Applet</i> interactivo que permite al usuario seleccionar parámetros, graficar una función logarítmica y verificar algunas propiedades de los logaritmos.
Palabras clave	Función logarítmica

2. Ciclo de vida	
Versión	No especificada
Autor(es)	Simón Pérez
Entidad	No especificada
Fecha	No especificada

3. Técnico	
Formato	Aplicación para modificar parámetros de prueba y graficar la función logarítmica resultante Texto
Tamaño	No especificado
Ubicación	http://tutormatematicas.com/archivoCAR/archivoCAR_alg/Interactivo_Propiedades_Logarithmos.html
Requerimientos	Dependiendo de la configuración del navegador de Internet utilizado, puede requerir la instalación o ejecución de complementos de Java.
Instrucciones de instalación	

4. Educativo	
Tipo de interactividad	Activo
Tipo de recurso de aprendizaje	Simulación
Nivel de interactividad	Medio
Población objetivo	Estudiante
Contexto de aprendizaje	Colegio Educación superior

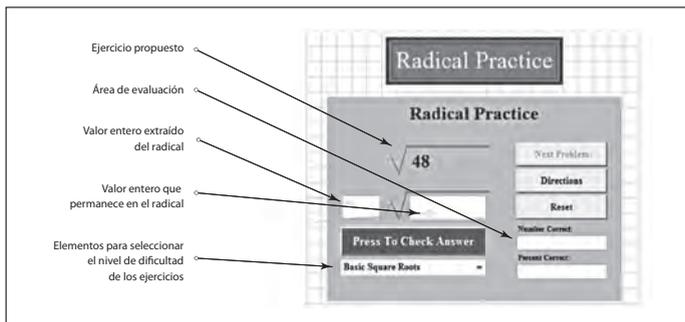
5. Derechos	
Costo	No
Derechos de autor	No
Otras restricciones	

- *Radical practice*

Ubicación: <http://www.district87.org/bhs/math/practice/radicals/radical-practice.htm>.

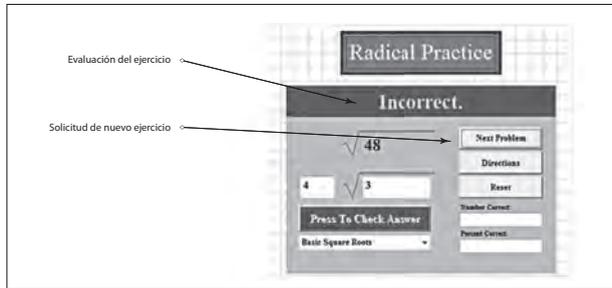
Applet interactivo que permite seleccionar ejercicios de simplificación de radicales en varios niveles de dificultad. Por defecto, el nivel de dificultad seleccionado es el de raíces cuadradas básicas.

Figura 50. Applet interactivo sobre simplificación de radicales



El usuario debe resolver el ejercicio propuesto, introduciendo en las casillas indicadas el valor entero extraído del radical y el valor que permanece en el mismo. Luego, al pulsar el botón “Press To Check Answer”, puede validar su solución. En caso de que la solución dada por el usuario sea incorrecta, el objeto le solicitará que lo intente de nuevo antes de proceder a la validación. Si en una segunda oportunidad la respuesta aún no es apropiada, el objeto la contará como incorrecta y el usuario debe pulsar el botón “Next Problem” para solicitar un nuevo ejercicio (figura 51). Si la respuesta fue acertada desde la primera vez o por haber sido corregida en la segunda oportunidad, el objeto la toma como correcta.

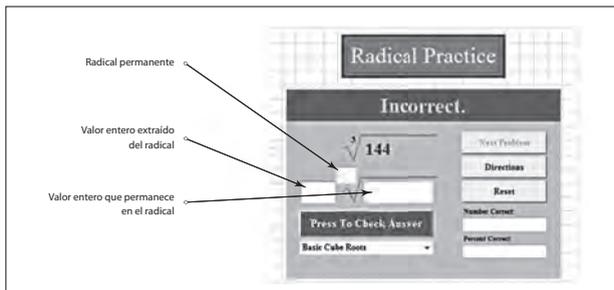
Figura 51. Evaluación de respuesta



El usuario solicita un nuevo ejercicio pulsando el botón “Try Another Problem”. En el área de evaluación aparece una estadística del número y porcentaje de ejercicios resueltos correctamente.

Los grados de dificultad que el usuario puede seleccionar son: raíces cuadradas básicas, raíces cuadradas intermedias, raíces cuadradas avanzadas; raíces cúbicas básicas, raíces cúbicas avanzadas, raíces aleatorias básicas, y raíces aleatorias avanzadas (figura 52).

Figura 52. El applet maneja diferentes niveles de dificultad



A partir de las raíces cúbicas, el objeto solicita, como parte de la solución, la raíz remanente después de la simplificación.

Tabla 23. Descripción de applet sobre simplificación de radicales

1. General	
Título	Radical Practice
Idioma	Inglés
Descripción	Applet interactivo que permite seleccionar ejercicios de simplificación de radicales en varios niveles de dificultad.
Palabras clave	Simplificación de radicales

2. Ciclo de vida	
Versión	No especificada
Autor(es)	No especificado
Entidad	No especificada
Fecha	No especificada

3. Técnico	
Formato	Aplicación para seleccionar grados de dificultad de los ejercicios, introducir respuestas y probarlas
Tamaño	No especificado
Ubicación	http://www.district87.org/bhs/math/practice/radicals/radicalpractice.htm
Requerimientos	Dependiendo de la configuración del navegador de Internet utilizado, puede requerir la instalación o ejecución de complementos de Java.
Instrucciones de instalación	

4. Educacional	
Tipo de interactividad	Activo
Tipo de recurso de aprendizaje	Ejercicio (búsqueda de una solución)
Nivel de interactividad	Alto
Población objetivo	Estudiante
Contexto de aprendizaje	Colegio Educación superior

5. Derechos	
Costo	No
Derechos de autor	No
Otras restricciones	

c. Repositorios de recursos

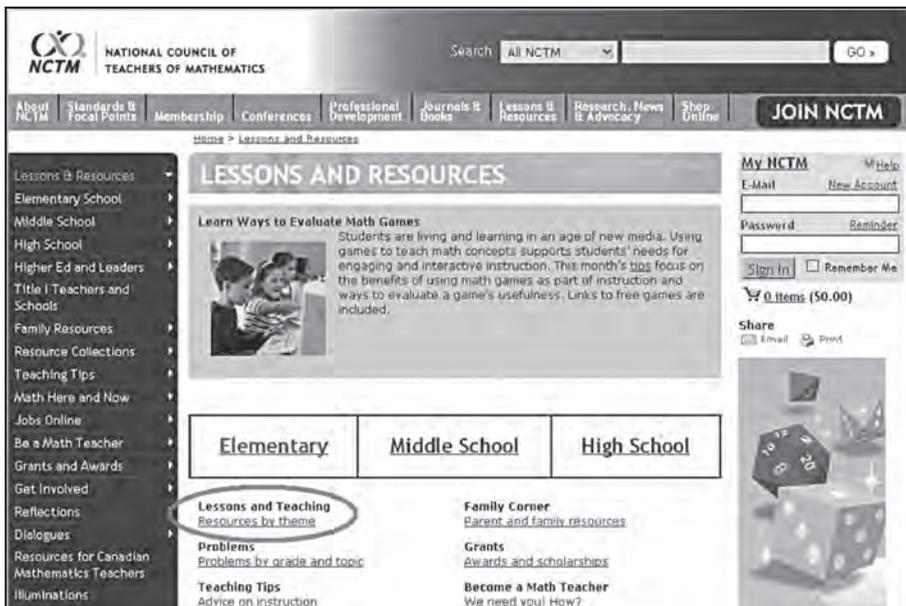
Dado que los recursos digitales se publican y actualizan permanentemente en Internet, se presenta de forma general un conjunto de repositorios recomendados, en donde docentes y estudiantes pueden encontrar recursos no incluidos en este manual.

1. National Council of Teachers of Mathematics

El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas es una organización que en Estados Unidos representa y brinda soporte a los profesores de esta área, desde la educación básica hasta la educación superior. Incluye en su portal de Internet un repositorio de lecciones y recursos, así como vínculos a otros repositorios similares.

La dirección del portal es www.nctm.org. En la página de entrada se pulsa el vínculo “Lessons & Resources” (figura 53). En esta página, hay que dar clic sobre el vínculo “Resources by theme”.

Figura 53. Página Lessons & Resources del National Council of Teachers of Mathematics

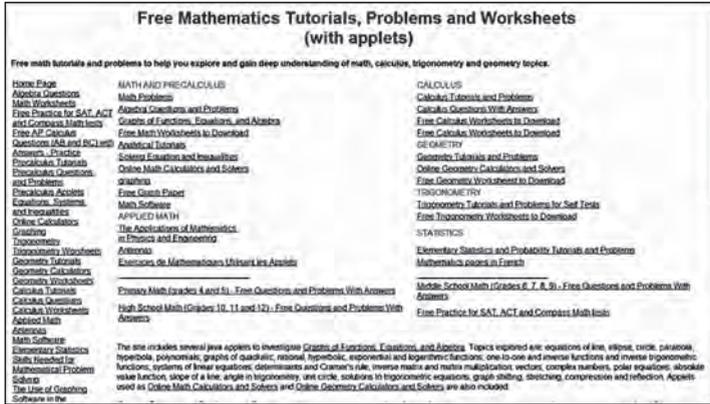


2. AnalyzeMath

Es un repositorio de tutoriales, algunos de los cuales incluyen pequeñas aplicaciones interactivas de apoyo, generalmente *applets* desarrollados en lenguaje Java. El autor y responsable del mantenimiento del sitio es Abdelkader Dendane, PhD en matemáticas y vinculado a la Universidad de los Emiratos Árabes Unidos.

La dirección del portal es www.analyze-math.com. La página de entrada presenta vínculos temáticos y, aunque no es especialmente agradable para la navegación, ofrece buenos recursos para docentes y estudiantes (figura 54).

Figura 54. Repositorio del portal es www.analyze-math.com.

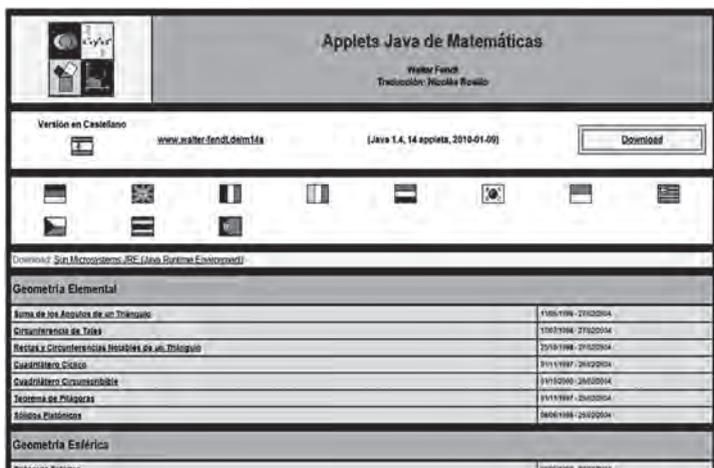


3. Applets Java de matemáticas

La dirección de este repositorio es <http://www.walter-fendt.de/m14s/>, y lleva a un sitio con recursos traducidos al español desde el alemán, idioma original en que fueron producidos por Walter Fendt (figura 55).

A lo largo de la página de entrada hay vínculos con temas específicos de la matemática, cada uno de los cuales conduce a una aplicación de ejercitación.

Figura 55. Repositorio de Walter Fendt.



4. Colombia aprende

Este es un portal web del Ministerio de Educación Nacional de Colombia, cuya dirección es www.colombiaaprende.edu.co. Uno de los recursos que ofrece es el Banco de Objetos de Aprendizaje (figura 56).

Figura 56. Repositorio de objetos virtuales del portal Colombia aprende.



Seleccionando en el menú la opción “Centro de recursos” y, dentro de este submenú, la opción “Objetos de Aprendizaje” se accede al Banco Nacional.

Una vez en la página de acceso al banco, se debe pulsar sobre el vínculo “Ingresar al Banco Nacional”, que conduce a una página en la que se ofrece la opción de navegación por “Áreas de conocimiento” (figura 56). Estas se han organizado en una estructura jerárquica, en la que a cada área corresponden algunas subáreas que van conduciendo a los recursos digitales correspondientes. Al final de la lista, se encuentra la sección de matemáticas, y allí se encuentran los recursos digitales documentados de acuerdo con el estándar LOM explicado anteriormente.

Conclusión

El aula digital diseñada es un escenario orientado al desarrollo de actividades autónomas y colaborativas de aprendizaje que se incorpora al desarrollo de la actividad académica como componente estructural de un sistema mixto que combina escenarios para diferentes experiencias. Las experiencias de aprendizaje que los estudiantes desarrollan en este escenario son únicas, en el sentido de que no se desarrollan en otros ambientes, pero, al mismo tiempo, son evidentemente complementarias.

Una característica importante de este desarrollo es la permanente actualización con base en la introducción de objetos virtuales de aprendizaje técnicamente descritos para que puedan ser administrados eficientemente y utilizados por los docentes. Se introduce entonces a un estándar sencillo para ser manejable con relativa facilidad, pero que al mismo tiempo contiene la información pertinente para favorecer su usabilidad.

Referencias

- Churchill, D. (2005). Learning objects: an interactive representation and a mediating tool in a learning activity. *Educational Media International*, 42 (4), 333-349. I. C. Media, Ed.
- Cisco Systems. (2001). Reusable learning object strategy: designing information and learning objects through concept, fact, procedure, process, and principle template. En Churchill, D. (2005). Learning objects: an interactive representation and a mediating tool in a learning activity. *Educational Media International*, 42 (4), 333-349. San José, USA.
- Colombia Aprende. (2004). Colombia aprende. La Red del Conocimiento. Recuperado en <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/directivos/1598/article-99543.html>, el 30 de noviembre de 2009.
- E-Learning Competence Center. (2003). Explanation on learning objects. En Churchill, D. (2005). Learning objects: an interactive representation and a mediating tool in a learning activity. *Educational Media International*, 42 (4), 333-349. I. C. Media, Ed. Recuperado en www.ecc.org.sg/loc/ecplain.htm, el 15 de septiembre de 2009.
- IMS Global Learning Consortium. (2022). E-learning specifications: why do you need them? En Churchill, D. (2005). Learning objects: an interactive representation and a mediating tool in a learning activity. *Educational*

Media International, 42 (4), 333-349. I. C. Media, Ed. Recuperado en www.imsproject.com, 26 de junio de 2009.

Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). (2001). IEEE Learning Technology Standards Comitee (LTSC). En Churchill, D. (2005). Learning objects: an interactive representation and a mediating tool in a learning activity. *Educational Media International*, 42 (4), 333-349. I. C. Media, Ed. Recuperado en <http://ltsc.ieee.org/wg12> www.imsproject.com, el 16 de julio 16 de 2003.

International Federation of Library Associations (IFLA). (2007 [2011]). *International Standard Bibliographic Description (ISBD) Preliminary Consolidated Edition*. Estados Unidos.

Capítulo 5

Diseño de casos para argumentación matemática

Eva C. Vargas
Gloria E. Rodríguez
Ricardo Bernal
Orlando Muñoz
Jairo Gutiérrez

Introducción

La argumentación ha sido considerada como un proceso cognitivo válido en las ciencias sociales, pero no en las matemáticas, por ser esta una ciencia formal con un enfoque regido por las demostraciones. No obstante, en la actualidad, el desarrollo de competencias argumentativas en el aprendizaje de la matemática se considera prioritario (Lakatos, 1974).

En el diseño de los casos para la argumentación matemática, el interés principal es lograr construir preguntas en un contexto aplicado que puedan ser solucionadas en una actividad sincrónica y colaborativa en la que se integren las competencias conceptual y argumental; con esto se pretende guiar al grupo de estudiantes para que encuentren la solución a la pregunta formulada en el caso o a lleguen a la generalización de hipótesis probadas a otros contextos.

Aspectos metodológicos para el diseño de casos

A continuación se presentan los pasos, junto con su explicación, que consideramos fundamentales en el diseño de casos que activen procesos argumentativos en matemáticas:

- Definición del objeto matemático.
- Elección del contexto o fenómeno.
- Caracterización y delimitación del contexto.
- Identificación de las relaciones existentes entre el contexto y el objeto matemático.
- Construcción del caso.
- Planeación de la(s) posible(s) solución(es).
- Categorización del caso ontológicamente.

a. Definición del objeto matemático

Se identifica el objeto matemático sobre el cual se realizará el estudio del caso, teniendo en cuenta la matriz de competencias y los indicadores que corresponden a la competencia conceptual (ver capítulo 3).

b. Elección del contexto o fenómeno

Se realiza una búsqueda de información sobre temas interesantes para el estudiante: problemas ambientales, hechos de la actualidad, fenómenos físicos, biológicos o socioeconómicos, etc., de los cuales se pueda elegir uno o varios que permitan relacionarlos con el objeto matemático ya identificado.

c. Caracterización y delimitación del contexto

El diseñador del caso debe realizar un estudio sobre el contexto seleccionado, con el propósito de evitar errores de contenido al momento de hacer la aplicación. Por ejemplo, si en la descripción se requiere el uso de conceptos de física, contabilidad, química, economía, etc., estos serán expresados de manera sencilla y, a la vez, ajustados al enfoque disciplinar pertinente.

d. Identificación de las relaciones existentes entre el contexto y el objeto matemático

Para poder hacer la propuesta, el docente o el diseñador debe tener clara la relación existente entre el objeto matemático y el contexto en el cual se quiere hacer la aplicación; por lo tanto, debe realizar un análisis juicioso para detectar todas las posibles preguntas que puedan ser atractivas para el estudiante. Según la experiencia, puede suceder que los resultados de este proceso evidencien que no existe una relación entre los entes elegidos, pero se detecte la compatibilidad con otro objeto de estudio.

e. Construcción del caso

Al momento de escribir el caso, conviene tomar en consideración los siguientes aspectos:

- Que despierte en los estudiantes interés no solamente en la solución del caso, sino que se sientan constructores de conocimiento matemático; esto los motiva a profundizar y a participar en otras experiencias de aprendizaje.
- Que los estudiantes puedan solucionar o refutar la pregunta planteada en el caso, con argumentos apoyados en la competencia conceptual matemática correspondiente o con apoyo de información documentada.
- Que la pregunta genere conflicto y permita la participación de todos los estudiantes del curso organizados en pequeños grupos. Puede que inicialmente la participación sea de una manera intuitiva o discursiva, pero a medida que justifican sus intervenciones van formalizando un algoritmo de solución a la pregunta o van concluyendo una regla general.
- Que se relacione explícitamente con los documentos y materiales referenciados en el syllabus o en el programa.

f. Planeación de la(s) posible(s) solución(es)

El docente o diseñador socializa el caso con un grupo de pares con el propósito de analizar los diferentes procesos de solución, determinar si es pertinente para argumentación, ajustar su presentación y enriquecer la disponibilidad de información para uso de los estudiantes.

g. Categorización del caso ontológicamente

El diseño de un caso tiene como objetivo plantear la solución en forma colaborativa; para esto, es necesario definir la intervención de cada estudiante con base en un conjunto de categorías argumentativas. Como parte del planteamiento del caso, el docente puede categorizar el conjunto básico de categorías ontológicas pertinentes para el problema específico.

Ejemplo de la experiencia del diseño de un caso

a. Definición del objeto matemático

Optimización. Este objeto matemático corresponde a la matriz de competencias de la unidad “Aplicaciones de la derivada”, cuyo indicador es: “En el

estudio de casos o situaciones concretas, elabora argumentos verbales y escritos que describen la variabilidad del fenómeno estudiado”.

b. Elección del contexto o fenómeno

Se propone el tema de los fondos de inversión, propio de las ciencias económicas.

c. Caracterización y delimitación del contexto

Definición o revisión de los conceptos de capital, rentabilidad, función cuadrática y algoritmo para optimizar funciones.

d. Identificación de las relaciones existentes entre el contexto y el objeto matemático

Los inversionistas desean que su capital gane la máxima utilidad posible, luego el tema elegido (fondos de inversión) se relaciona directamente con el objeto matemático escogido (optimización).

e. Construcción del caso

- Una alternativa de presentación del caso Fondo de inversión sería la siguiente:
- Los profesores de la Universidad deciden invertir en un fondo de inversiones que les genera una rentabilidad que depende de la cantidad invertida. Esto se representa con la fórmula

$$R(x) = -0.002x^2 + 0.8x - 5$$

Donde $R(x)$ representa la rentabilidad generada cuando se invierte la cantidad x

- Explique de qué forma se puede calcular la cantidad que se debe invertir para obtener la máxima rentabilidad posible; justifique su respuesta.
- Cómo se pueden encontrar los intervalos donde la rentabilidad crece y decrece; explique qué quiere decir este cambio de situación.
- Qué se observa cuando se cambia de una función creciente a decreciente y viceversa.
- Si es posible, represente la situación en forma gráfica.

f. Planeación de la(s) posible(s) solución(es)

- Al socializar el caso diseñado con un grupo de docentes, se concluyó que el problema está más orientado a fortalecer las competencias operativa y modelativa, y que no era apropiado para la argumentación. Además, las cuatro actividades o preguntas, dos de ellas con otras dos orientaciones implícitas, harían que la red obtenida al aplicarlo resultara demasiado extensa y densa, lo cual dificulta el análisis de contenidos en la red “Digalo”. En este sentido, y tras un análisis amplio, se determinó la conveniencia de reformar el caso mediante la formulación de varias preguntas interesantes sobre las cuales el estudiante pudiera argumentar; una posible guía sería la siguiente:
- Describa, de dos formas diferentes, cómo se puede calcular el capital ‘x’ en euros que se debe invertir para obtener la máxima rentabilidad, si $R(x)$ es la rentabilidad y está dada por una función cuadrática.

g. Categorización del caso ontológicamente

Ontología propuesta para el caso Fondo de inversión.

Forma ontológica	Comentario
Definición	El estudiante debe tener claro el concepto de rentabilidad de un capital invertido
Definición	El estudiante debe recurrir al concepto de función cuadrática.
Modelación	Representación gráfica de la parábola y de la relación de su vértice con un punto máximo o mínimo.
Operación	Aplicar el algoritmo para maximizar una función.

Conclusión

El diseño de casos es una actividad de soporte básica para el desarrollo de la actividad argumentativa como proceso de construcción colaborativa de conocimiento. El problema es el elemento alrededor del cual gira la actividad argumentativa, pues requiere que el diseñador encuentre un equilibrio relativo entre el nivel de reto y las capacidades actuales de los estudiantes.

La argumentación es un poderoso organizador de información; por esta razón, la solución del problema exige el manejo de información pertinente y válida. En este sentido, el diseñador debe prever que los participantes cuenten con fuentes básicas y, si es posible, fuentes complementarias de información.

La posibilidad de opciones de solución y de respuestas válidas crea variedad en la búsqueda y activa la colaboración; esto evidencia la importancia de las relaciones contextuales implícitas en el caso.

En definitiva, el diseño de casos tiene en cuenta que estos afectan tanto las dimensiones cognitivas como las afectivas y sociales.

Capítulo 6

Moderación de la argumentación en matemáticas

Myriam Rodríguez
Eva C. Vargas
Gloria E. Rodríguez
Adriana Lizcano

■ Introducción

Según Hiltz (1997), el aprendizaje colaborativo se define como un proceso que enfatiza en los esfuerzos grupales o cooperativos entre estudiantes y profesores, en la participación activa y en la interacción entre ellos. El conocimiento es visto como construcción social, y el proceso educativo se desarrolla en gran medida a través de la interacción social entre pares.

Al considerar la interacción social como escenario fundamental de aprendizaje, la administración del proceso de comunicación e interacción cobra gran relevancia. De la misma manera que un profesor administra las discusiones y las actividades de aprendizaje en el aula de clase tradicional, se requiere de su intervención cuando se incorporan tecnologías en estos procesos. En el escenario de comunicación en línea, se requiere que los profesores comprendan la dinámica de esta clase de comunicación y las formas de interacción efectivas para facilitar los procesos de aprendizaje (Backroad, 2002).

En el contexto del aprendizaje colaborativo basado en argumentación aparecen las figuras de moderador y mediador (facilitador) como actores influyentes en el proceso de comunicación del grupo. La función del moderador es plantear preguntas orientadas y monitorear la reacción de los estudiantes con el propósito de estimular su participación. Según Davie (1989) y Mason

(2000), el moderador debe ser crítico y apoyar el aprendizaje de los estudiantes. Por su parte, el rol del mediador o facilitador es ofrecer soporte al estudiante para que este alcance el objetivo de aprendizaje propuesto (por ejemplo, un concepto científico, la construcción de un argumento o la comprensión de un fenómeno), de tal manera que se favorezca su desarrollo cognitivo y se aseguren los resultados del aprendizaje (Chi et al., 2001).

La mediación efectiva implica que el mediador cree el andamiaje para guiar al estudiante a la respuesta correcta, en vez de ofrecerla directamente. Según lo afirman Chi et al. (2001), el enfoque de realizar preguntas al estudiante es el modo preferido de mediación humana, pero este ejercicio tiende a complicarse cuando se deben moderar varios grupos de discusión sincrónica, como es el caso de la solución de casos al usar el software Digalo.

■ Análisis de las discusiones en Digalo

Como parte de una iniciativa que pretende introducir elementos de inteligencia artificial como herramientas para facilitar el proceso de moderación de discusiones al usar el software Digalo, McLaren, Sheuer y Miksatko (2010) propusieron tres análisis para valorar las participaciones de los estudiantes y obtener mayor efectividad en el proceso de moderación: el primero basado en las categorías ontológicas utilizadas; el segundo, en parejas de aportes; el tercero, en la identificación de tendencias en las contribuciones (clúster).

a. Desde las categorías ontológicas utilizadas

El uso de categorías argumentativas es un proceso que se perfecciona con el diálogo, la práctica y el *feedback* suministrado por una persona especializada, como el moderador. En las primeras sesiones conviene usar un número mínimo de categorías, e ir incorporando otras gradualmente, y suministrar la definición acompañada de ejemplos y explicación. En el desarrollo de la discusión es pertinente que el moderador incluya el nombre de las categorías argumentativas en los mensajes y provea su valoración sobre el adecuado uso de ellas.

El análisis de la discusión basado en las categorías ontológicas revisa el tipo de formas gráficas que el estudiante utiliza en sus contribuciones en Digalo. Cada forma gráfica está relacionada con una categoría ontológica (ilustración 53).

Figura 57. Ejemplo de formas asociadas a cada categoría ontológica en Digalo



Este tipo de análisis proporciona características de las contribuciones individuales de los participantes a partir del contenido incluido en cada categoría ontológica. McLaren, Sheuer y Miksatko (2010) identificaron siete clases de contribuciones:

- Enfocada en el tema. Se centra en expresar el tema o la tarea de la discusión.
- Hipótesis razonada. El participante plantea un razonamiento crítico o argumento, proporcionando alguna explicación o referencia para ilustrar su opinión con respecto al tema de la discusión.
- Evaluación crítica de opiniones. Evalúa y juzga las opiniones de los demás y sus propias opiniones y las relaciones entre ellas.
- Síntesis. Resume otras contribuciones previas.
- Administración de tareas. Comentario acerca del procedimiento que se debe seguir en la administración de la tarea. Por ejemplo: “escriban correctamente”, “incluyan los títulos”, “no olviden las relaciones”.
- Solicitud de aclaraciones. Necesidad de aclarar el proceso, razones, explicaciones o información proporcionados por otro participante.
- Intertextual. Presenta una referencia a material externo. Por ejemplo: “Yo leí en Wikipedia que...”.

b. Desde la relación entre pares de aportes

Este análisis se plantea a partir de las características de parejas de contribuciones enlazadas (por ejemplo: si dos contribuciones constituyen una pareja del tipo “contribución seguida de contraargumento”). McLaren, Sheuer y Miksatko (2010) identificaron las siguientes categorías para este tipo de análisis:

- *Pregunta-respuesta*. Se identifica primero una forma de pregunta y luego una forma de respuesta a la pregunta de un estudiante diferente. Normalmente el enlace entre las formas es de tipo “link”.
- *Contribución-contraargumento*. En esta contribución la segunda forma se opone a la hipótesis (*Claim*) o al argumento (*argument*) propuesto en la primera forma, y proporciona razones u otro tipo de soportes para la hipótesis opuesta. Normalmente el enlace entre las formas es la flecha de opuesto.

- *Contribución-argumento de soporte.* La segunda forma soporta la hipótesis o argumento de la primera forma. Normalmente se relacionan a través de un enlace de tipo apoyo.
- *Contribución seguida de pregunta.* La segunda forma es una pregunta que se relaciona con la primera forma. El enlace puede variar de acuerdo con el tipo de pregunta. Si la pregunta es retórica, normalmente se usa un enlace de opuesto; si es una solicitud genuina de información, se utiliza el enlace vínculo.
- *Calificación-compromiso.* Una relación entre dos formas en la cual la segunda da soporte parcial o se opone parcialmente a la primera, mostrando algún tipo de compromiso entre la hipótesis de la primera forma y la hipótesis contraria; además, proporciona algún tipo de calificación que determina las circunstancias en que cada una de las hipótesis es válida. Normalmente se relacionan con un vínculo.

c. Desde la identificación de tendencias en las contribuciones (clúster)

Este análisis, más complejo de realizar, refleja las características de conjuntos arbitrarios de dos o más contribuciones enlazadas (típicamente, menos de 5) que integran un clúster (por ejemplo: cuando dos estudiantes argumentan lo contrario y se refuerzan, esto constituye una “cadena de oposición”). En este enfoque se identifican cinco categorías de participación, según McLaren, Sheuer y Miksatko (2010).

- *Argumento + evaluación.* Se encuentra evidencia de que los participantes evalúan los argumentos de sus compañeros.
- *Cadena de oposición.* Son secuencias lineales de contribuciones en que otros participantes proporcionan contraargumentos a la hipótesis planteada por un compañero.
- *Aclaración de una opinión seguida de retroalimentación.* Es un patrón de discusión en el que normalmente se parte de una contribución de la persona A, seguida por enlace a la contribución de la persona B y con una tercera contribución de la persona A nuevamente. La réplica normalmente proporciona aclaraciones acerca de la primera opinión expresada por A.
- *Ampliación.* Son los intentos que realiza un estudiante o grupo de estudiantes para mostrar opiniones divergentes de la perspectiva actual mediante la presentación de nuevas perspectivas.
- *Profundización.* Proporciona más argumentos a una de las perspectivas que forma parte de la discusión.

■ Condiciones de un buen moderador

A continuación se exponen algunos lineamientos generales para la moderación y recomendaciones para la formulación y moderación de las actividades de discusión de casos al usar Digalo.

Berge (1995) agrupa en cuatro áreas (pedagógica, social, administrativa y técnica) las condiciones necesarias para un buen moderador de discusiones o conferencias en línea. El área pedagógica alude a los aspectos intelectuales y a las características de la tarea. Ciertamente, algunas de las funciones más importantes del moderador de un debate en línea o tutor giran en torno a sus funciones como facilitador de la educación. El moderador utiliza las preguntas y los sondeos de respuestas de los estudiantes para centrar las discusiones en los conceptos, principios y habilidades fundamentales.

El área social está relacionada con la capacidad de incentivar la creación de vínculos entre los integrantes del grupo de aprendizaje. La creación de un ambiente amigable y social en el cual se promueve el aprendizaje es esencial para moderar exitosamente. Esto sugiere que actividades como “promover las relaciones humanas, desarrollar la cohesión del grupo, mantener el grupo como una unidad e incentivar el trabajo en equipo por una causa común” son fundamentales para el éxito de cualquier actividad de discusión en línea.

El área administrativa aborda algunos aspectos organizacionales, de procedimiento y administrativos que implican, entre otras actividades, fijar la agenda de la conferencia, los objetivos de la discusión, las reglas de procedimiento y las normas de toma de decisiones, y gestionar las interacciones con un fuerte liderazgo y dirección.

Con respecto al área técnica, Berge (2005) plantea que el facilitador debe hacer que los participantes se sientan cómodos con el sistema y con el software que están utilizando en la conferencia. El objetivo final para el instructor es hacer que la tecnología sea transparente. Cuando se logra esto, el alumno puede concentrarse en la tarea académica que está realizando.

A continuación se presentan algunas recomendaciones de Berge (2005) para la moderación, que son aplicables al desarrollo de discusiones al usar Digalo, clasificadas según las áreas mencionadas.

a. Recomendaciones pedagógicas

- *Tenga objetivos claros.* Los participantes deben estar convencidos de que su interacción en línea es un tiempo bien empleado.
- *Defina la ontología argumentativa.* Seleccionar las categorías y configurar el sistema para que estas se puedan usar; además, se deben proporcionar explicaciones breves y apoyadas en ejemplos para inducir a los estudiantes.
- *Mantenga la mayor flexibilidad posible.* Debido a la individualidad de los alumnos, conviene seguir el flujo de la conversación mientras que se guía hacia el tema, cuando se nota que se ha desviado la atención.
- *Fomente la participación.* El reconocimiento de los mensajes de los estudiantes que participan en la conversación los incentiva a continuar participando.
- *Mantenga un estilo no autoritario.* Por lo general, es mejor evitar el rol de “figura de autoridad” con el fin de generarle al estudiante mayor comodidad al participar.
- *Sea objetivo.* Antes de hacer públicas las contribuciones generales al grupo, tenga en cuenta aspectos como el tono y el contenido de las publicaciones, las habilidades, conocimientos y actitudes de los autores, el momento y la evolución de las contribuciones en la discusión.
- *Encuentre temas unificadores.* Los moderadores pueden organizar varias líneas de la conversación en un resumen, esto permite que los participantes profundicen en el tema o revisen otras posibilidades.
- *Presente opiniones encontradas.* Los moderadores pueden llamar la atención sobre perspectivas opuestas, nuevas direcciones o sobre las opiniones contradictorias que podrían generar debates y críticas de los compañeros.

b. Recomendaciones sociales

- *En guardia contra el miedo.* El miedo al ridículo público a menudo cohibe la participación de los estudiantes; esta situación se puede contrarrestar con comentarios de aceptación y motivación.
- *Cuidado con el uso del humor o sarcasmo.* Puede ser aconsejable no utilizar el humor o el sarcasmo, debido a los diferentes grupos étnicos y culturales que pueden estar representados en la discusión. En las comunicaciones basadas en texto, es especialmente difícil de interpretar la intención y el tono del texto en la pantalla.
- *Incentive la expresión de comentarios y los comportamientos que usted busca.* Proporcione refuerzo a los estudiantes que muestren buenos modelos de comportamiento en las discusiones; un sencillo “Gracias” a los estudiantes que respondan con eficacia en la discusión en línea, puede ser útil para fomentar la cortesía y la interacción.

- *No ignore los malos comportamientos.* Envíe un comentario de forma privada y refiera las normas de etiqueta en la red (Netiquetas) para evitar este tipo de comportamientos. Si pese a sus comentarios el comportamiento continúa, informe al estudiante que sus comentarios serán eliminados y proceda a realizarlo.

c. Recomendaciones administrativas

- *Mantenga una lista de participantes.* Tenga a disposición la lista de los grupos que participan en las discusiones, esto facilita el envío de mensajes privados.
- *Coordine las responsabilidades administrativas.* Es necesario que defina la forma de registro, bien sea que se trate de una actividad que deban realizar los estudiantes por su cuenta o si es necesario el registro anticipado; en todo caso, realice un documento con las instrucciones precisas para orientarlos. Además, asegure el préstamo del aula de informática y los recursos necesarios para el desarrollo de la actividad, lo mismo que el acceso a Internet y a la aplicación que se utilizará en la actividad.
- *Sea paciente.* Es posible que las participaciones no se den de inmediato; proporcione un tiempo prudencial antes de empezar a enviar mensajes de moderación.
- *Recopile comentarios sobre la actividad.* Solicite a los participantes que expresen cómo se sintieron con la actividad, los aspectos positivos y los que son susceptibles de mejorar. Tenga en cuenta estos comentarios para la próxima actividad.
- *Sincronice y resincronice.* Asegúrese, tanto como sea posible, de que todos los alumnos empiezan al mismo tiempo y de manera organizada para que puedan participar en toda la actividad y conozcan los diferentes aportes.
- *Use mensajes privados.* Por medio de mensajes privados, el moderador puede instar a los participantes a unirse a la discusión, incentivar los debates y plantear sugerencias.
- *Sea claro.* Expresé claramente la intención de la discusión y lo que se espera de los estudiantes en el proceso. Aclare las expectativas a lo largo de la actividad.
- *No sobrecargue la discusión.* El moderador debe dejar que la discusión avance, otorgando libertad a los participantes que participan mucho e incentivando a aquellos que intervienen poco para que mantengan el ritmo del proceso.
- *Utilice monitores.* No es necesario que el moderador ejecute todas las funciones y tareas.

- *Preparación la actividad con suficiente anticipación.* Tome en consideración que la puesta a punto del caso, la distribución de los materiales y el aseguramiento del aspecto tecnológico necesitan un tiempo de preparación amplio.
- *Ponga fin a la sesión.* Concluya adecuadamente la sesión, de forma que los estudiantes puedan percibir si se alcanzó el propósito de la actividad.

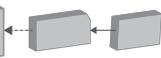
d. Recomendaciones técnicas

- *Incorpore asistencia técnica.* Es útil contar con personal técnico de apoyo en las sesiones, que pueda colaborar cuando se presenten problemas de acceso a Internet y al software o con los equipos de cómputo.
- *Solucione rápidamente los problemas técnicos.* Un problema técnico en un equipo puede impedir la participación de un estudiante durante toda la actividad; intente proporcionar soporte lo más rápidamente posible.
- *Utilice la guía de trabajo.* La guía proporciona lineamientos importantes en cuanto a los aspectos técnicos y a los contenidos de la actividad. Oriente a los estudiantes para que lean la guía, pues ésta proporciona información preliminar, descripción de las actividades e información relevante para la ejecución de las mismas.
- *Proporcione tiempo para aprender.* Los estudiantes necesitan apoyo para aprender a usar las funciones del software y sentirse cómodo con esta tecnología antes de participar. Una solución puede ser incorporar una actividad introductoria de reconocimiento del software, no evaluable, y tomar nota de las dificultades encontradas.

Orientaciones para la moderación de actividades de discusión al usar Digalo

a. Preparación para las sesiones de discusión

- Antes de realizar la sesión de discusión con Digalo, es necesario que el tutor o profesor establezca la estrategia de trabajo con los estudiantes; entre otros elementos, se deberán tener en cuenta: número de grupos, número de estudiantes por grupo, crear contraseñas e inscribir a los estudiantes en Argonaut, crear las sesiones para cada grupos, incluir la pregunta base del caso y ajustar las categorías ontológicas para que coincidan con cada caso y modificarlas en cada una de las sesiones.
- Cuando el grupo requiera un tiempo amplio para la comprensión del caso, se debe proporcionar con varios días de anticipación, de modo que los estudiantes realicen consultas previas antes de intervenir en la discusión.



En caso de que no se proporcione con anticipación el caso, se debe motivar a los estudiantes a profundizar sobre el tema específico.

- La preparación del caso debe incluir un análisis de sus posibles soluciones, de forma que el moderador tenga claras las opciones válidas para el estudiante y así pueda orientar mejor el proceso.
- El moderador debe anticipar posibles dificultades. Por ejemplo, la experiencia nos enseña que para el estudiante no es fácil verbalizar una definición matemática; por esto, el moderador debe prever estrategias para que pueda expresar sus ideas con gráficas o con cualquier otro medio, o simplemente para que se atreva a lanzar conjeturas así no sean correctas. El moderador debe mantener un conjunto de opciones para los estudiantes y facilitar la participación.
- Garantice el préstamo de la sala requerida para la discusión y verifique con anticipación la instalación del software, la disponibilidad de la conexión a Internet y al servidor de Digalo, de forma que se reduzcan al mínimo los inconvenientes técnicos en la sesión.

b. Intervenciones del moderador

- Verifique que todos los estudiantes puedan entrar a la aplicación y que no tengan problemas técnicos con el equipo o con el software. Si es necesario, programe una sesión de introducción al software de forma que se aproveche la sesión para que los estudiantes se inscriban; explique los aspectos referentes al uso del software, de las categorías ontológicas y de los conectores mediante descripciones y ejemplos pertinentes.
- Active el “Moderator Interface” para facilitar el proceso de moderación de las actividades; esta aplicación se instala junto con “Cliente de Argonaut”. Una vez se da clic, aparece una ventana de carga de la interfaz que da paso a la ventana de moderación (figura58).
- El siguiente paso es seleccionar las sesiones que se van a moderar, para ello dé clic en el ítem de menú “Control” y luego un clic en “Seleccionar sesiones”. Identifique las sesiones y dé clic en el botón “Agregar” (Figura 59).

Figura 58. Selección de sesiones en Moderator Interface

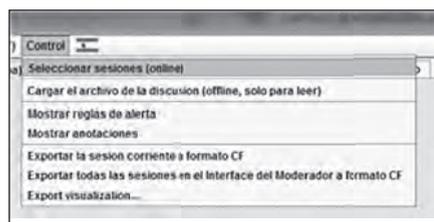
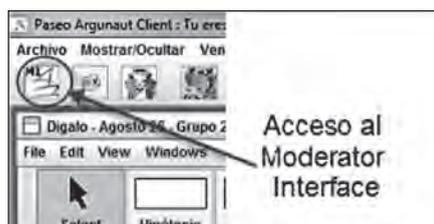


Figura 59. Acceso a “Moderator Interface”



- Una vez seleccionadas las sesiones, identifique los elementos que se muestran: un listado de los participantes y los mapas argumentativos.
- Monitoree constantemente el desarrollo de la discusión con el fin de identificar las categorías de participación de los estudiantes y generar mensajes que los orienten. Identifique los casos en que los estudiantes no han participado e intervenga tratando de motivarlos a plantear sus inquietudes, preguntas, hipótesis, etc. Vigile que no se desvíe la discusión hacia aspectos irrelevantes que no aportan a la solución del caso, y proporcione directrices a los grupos que muestren fallencias o falta de ideas para iniciar, desarrollar o concluir el caso.
- Para realizar una intervención, puede seleccionar al estudiante o grupo de estudiantes a los que enviará la comunicación; escriba el mensaje y dé clic en el botón “enviar” (figura 60).
- Esto generará en los estudiantes un mensaje como el que se muestra en la figura 61.

c. Conclusión de la sesión

Desde el inicio de la actividad se debe estipular el tiempo de la misma. Una vez culminado el trabajo, se procede a recopilar la información de retroalimentación con el fin de tomar medidas para las próximas actividades; la toma de datos se puede realizar en forma verbal o mediante una encuesta escrita o en línea.

d. Retroalimentación al proceso

El moderador puede revisar el trabajo de cada grupo de diversas formas. Una de ellas puede ser mediante la elección de un representante por grupo que explique, ante el curso, el camino tomado para resolver el caso y las conclusiones logradas; en esta modalidad, los estudiantes son conscientes del contenido de sus participaciones, del uso correcto o no de las ontologías, de manera que en futuras discusiones serán más cuidadosos en estos aspectos, pues saben que toda intervención quedará registrada.

Figura 64. Relación entre asistencia a sesiones argumentativas y puntaje en examen final

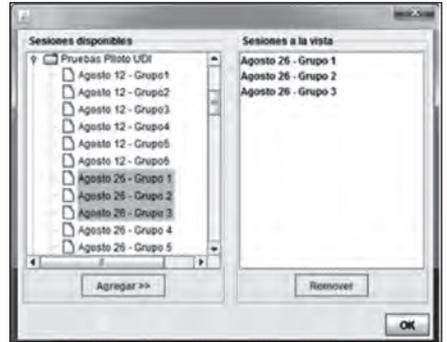
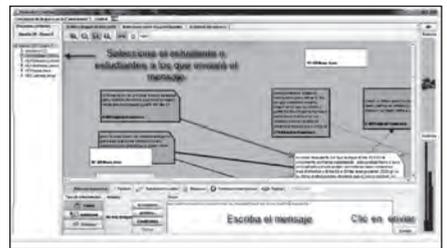


Figura 61. Procedimiento para enviar mensajes



Otra forma de retroalimentación es una explicación dirigida directamente por el moderador. En este caso, se puede orientar de manera oral a todo el curso, exponiendo las posibles soluciones, los argumentos que apoyan las soluciones, la información requerida, los procedimientos y métodos en concordancia con la ontología argumentativa propuesta para la sesión, y las respectivas conclusiones. También la puede hacer escrita, por grupos, resaltando las estrategias acertadas, corrigiendo los errores cometidos y analizando la causa de los mismos. Este enfoque es importante para que se diferencie la ontología pertinente en la solución y ésta quede consolidada.

Adicionalmente, se recomienda hacer retroalimentación sobre el uso de las categorías ontológicas y los tipos de enlace, con el fin de mostrar los casos en los cuales se utilizó mal la categoría o no se realizaron enlaces, y corregir estos aspectos en las próximas actividades.

La experiencia nos dice que la conciencia de lo que se hace, cómo se hace, de los aciertos y los errores cometidos y del papel que se juega en los grupos de participación es fundamental para el proceso de aprendizaje y determinante en la dinamización de los grupos de discusión.

e. Desarrollo metacognitivo

Desde la perspectiva del aprendizaje autónomo y colaborativo, es recomendable considerar la dimensión metacognitiva tanto a nivel individual como grupal. Una estrategia experimentada en el proyecto fue introducir dos momentos adicionales a la solución del problema: 1. Comparación de la forma de trabajo de un grupo con la forma de trabajo de otro grupo; 2. Comparación del comportamiento de un participante con el de otro compañero.

Para propiciar el desarrollo de la metacognición social, al grupo se les suministró el mapa de otro grupo que resolvió el mismo problema y su propio mapa, y se le planteó una pregunta para inducir la comparación del comportamiento de los dos grupos y su eficacia en la solución del problema. Algunos ejemplos de pregunta son: ¿cómo fue nuestro proceso comparado con el pro-

Figura 62. Mensaje de moderación mostrado al estudiante seleccionado



ceso del otro grupo? o ¿qué tipos de aportes condujeron a que el grupo más eficaz tuviera éxito en la solución del problema?

Para inducir el desarrollo de la metacognición individual, se toma el mapa argumentativo y se solicita el desarrollo individual de la valoración de la propia actividad y de la de los otros miembros, así como la definición de compromisos para futuras sesiones. Las preguntas generadoras del análisis pueden ser: ¿cómo fue mi participación y mis aportes en relación con los de mis compañeros? y ¿cuál es mi compromiso para futuras sesiones?

Las sesiones para el desarrollo metacognitivo tienden a fortalecer la red a partir del mejoramiento tanto del comportamiento individual como del desarrollo de estrategias de aprendizaje colaborativo.

Gestión de las redes de aprendizaje construidas mediante argumentación

En la investigación sobre aprendizaje ha prevalecido la perspectiva individual, y la práctica pedagógica igualmente ha tenido este enfoque dominante. El estudio del aprendizaje colaborativo es reciente, a pesar de que el aprendizaje humano es reconocido como un proceso originado principalmente de las interacciones sociales. La pedagogía contemporánea reconoce el valor estratégico de las comunidades de aprendizaje como una condición de éxito en la educación formal. Así, el papel del profesor es menos dominante, pues ahora sirve como mediador en la red social.

Una nueva tendencia en las aulas es el uso de software en red para representar de manera visual los procesos de argumentación. Los estudiantes en estos escenarios discuten, debaten y argumentan con otros de manera sincrónica sobre temas presentados por un profesor. Estos ambientes están destinados a que los estudiantes aprendan a argumentar y a solucionar problemas en grupo, habilidades importantes que a menudo no se enseñan en las aulas tradicionales. Pero, ¿cómo se hace el análisis de la discusión?, ¿cómo alertar a los profesores que están moderando los debates acerca de los estudiantes que no actúan bien dentro de la red de discusión?, ¿cómo identificar las principales contribuciones y los patrones en las discusiones de los estudiantes, de manera que las discusiones sean más fructíferas?

El software Digalo y Argunaut, ambientes diseñados para que los estudiantes participen en e-discusiones en línea, buscan construir comunidades de

aprendizaje con base en discusiones alrededor de la solución de problemas en contexto (denominados casos). Estos se resuelven de manera colaborativa en grupos pequeños con apoyo del software Digalo para la discusión y debate; en suma, se trata de un espacio de trabajo compartido en diferentes computadores conectados en red, de manera sincrónica, que registra la participación de los usuarios en un mapa argumentativo.

La estructura de los grupos de usuarios (de 4 o 5) que intentan resolver un caso de forma colaborativa usando el software permite la conformación de una red social de aprendizaje. Los estudiantes son los nodos, y las interacciones se dan a través de sus intervenciones (qué dice y a quién lo dice), sugiriendo estrategias de solución, refutando o apoyando las ideas de los otros, defendiendo su posición, etc.

Sin embargo, ofrecer a los estudiantes herramientas informáticas para trabajar de manera colaborativa no conducirá necesariamente a un debate colaborativo fructífero; de hecho, la literatura (Cohen, 1994; Salomon y Globerson, 1989) sugiere que la colaboración fructífera no se produce espontáneamente, sino que es necesario alertar de manera explícita al moderador sobre situaciones que puedan requerir la intervención o el apoyo del profesor. Digalo permite monitorear el uso de las categorías argumentativas, identificar la dirección e intensidad de las intervenciones y hacer un análisis sobre la calidad de las mismas.

Otra herramienta útil para lograr la dinamización de la red, de manera que esta se consolide, es hacer un análisis, posterior a la discusión, de la red que se genera. El análisis de esta red argumentativa se puede realizar en dos vías. En primer lugar, utilizando el análisis de redes sociales (ARS), en donde se representan las relaciones de una comunidad para entender su dinámica y así analizar dos medidas que se consideran muy útiles en el estudio de gestión de conocimiento: la centralidad, que caracteriza la posición de un actor dentro de la red, y la cohesión, que explica cómo está estructurada la red. En segundo lugar, analizando el contenido (AC) para identificar las participaciones significativas, en el sentido de que aporten a la solución del problema y que evidencien la argumentación de los estudiantes.

El conocimiento de la estructura de la red de aprendizaje, el posicionamiento de los actores y el contenido de las participaciones serían insuficientes si este conocimiento no se utiliza para “mejorar” el funcionamiento de la red. De manera que es importante precisar que al determinar la estructura de la red se deben tomar acciones que permitan que el flujo de conocimiento mejore y, de esa forma, se logre la consolidación de la red.

Entonces, la gestión de redes es importante para hacer un seguimiento sistemático a la red social que configura la comunidad, proponiendo su representación para entender el comportamiento y la toma de decisiones como estrategia de gestión.

La perspectiva de las redes sociales

Para entender la dinámica de una comunidad de aprendizaje o de una red humana, es importante caracterizar tanto los patrones de comunicación entre los miembros como el rol de estos en la red. En el primer caso, se trata de analizar quién comunica a quién para determinar la estructura, intensidad o frecuencia de la comunicación. En el segundo caso, se trata de evaluar el flujo de conocimiento experto en la estructura funcional de la red (Hakkarainen et al., 2004).

El mapa argumentativo de cada discusión alrededor de la solución de un caso genera una red social, en donde los nodos son los estudiantes que conforman el grupo de discusión, y las relaciones están dadas por las diferentes conexiones que crearon en la solución; esto sirve para analizar cómo se forma esta red y cuál es su dinámica (figura 63).

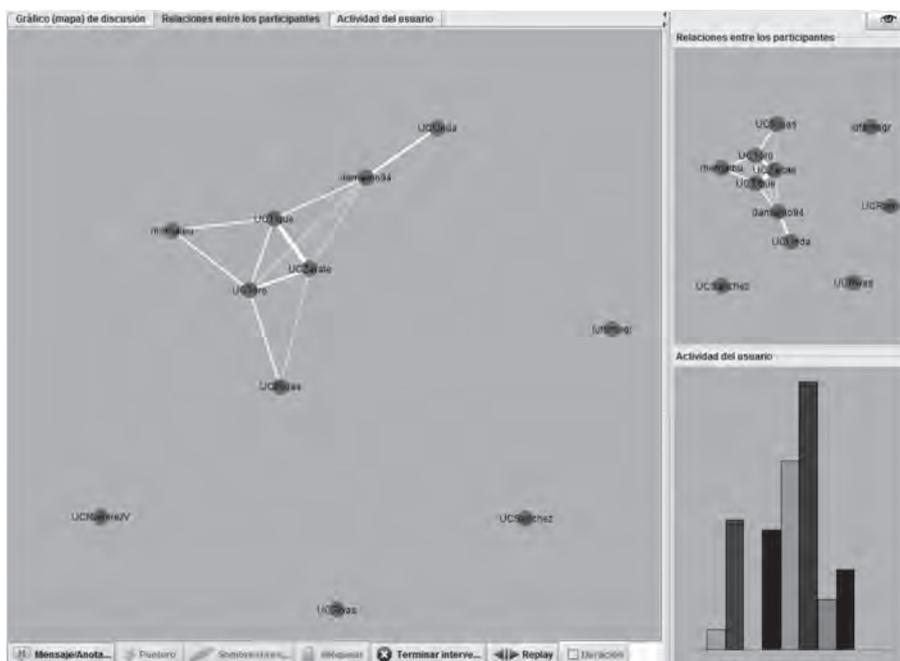
La red mostrada en la figura 63 es pesada y dirigida, pues el número sobre la arista indica el número de vínculos que creó el participante en la solución del caso y la dirección de su aporte. El software permite crear intervenciones con diferentes categorías argumentativas (como teorema, pregunta, idea, etc.) y conectarlas con la intervención de otro participante en la discusión; si la intervención de un participante está de acuerdo con la del otro, se conecta con una flecha de color verde; pero si la intervención es opuesta a la de otro participante, la flecha será roja; la flecha se mostrará de color negro cuando representa simplemente un vínculo. Así, cada mapa argumentativo permite monitorear los procesos de relación de cada sesión colaborativa y las secuencias de las diferentes sesiones.

La interfaz del moderador permite usar la opción de “Relaciones entre los participantes”. El software genera una red en la cual el grosor de los arcos se relaciona con la frecuencia de interacción entre las parejas de nodos; adicionalmente, un diagrama de barras muestra la frecuencia de intervenciones de cada participante; aparecen también los nodos aislados, que no participaron en la discusión, bien sea porque no se conectaron o porque no hicieron contribuciones (figura 63).

a. El papel de los nodos de enlace

El estudio de las medidas de centralidad es importante en la gestión de la red debido a que con esto es posible caracterizar el rol de los nodos. Al identificar actores poco conectados dentro de la red (nodos aislados) o nodos muy bien conectados (nodos hubs), se pueden tomar acciones para dinamizar su papel en la red, de manera que esta se consolide.

Figura 63. Las relaciones entre los participantes. El grosor del arco está relacionado con la frecuencia. El diagrama de barras muestra la frecuencia de participación de cada actor



Si se identifica un nodo con un alto grado de conectividad, es decir un nodo central, sus conocimientos y experiencias se pueden integrar con los demás, puede actuar como un consejero o guía para los actores nuevos, y puede ser considerado como la persona a quien se puede acudir en momentos en que la discusión esté en “crisis”. Es decir, el actor central es importante en la medida en que a través de él se pueden integrar miembros de la red que no se encuentren muy bien posicionados, e incluso puede tomar el papel de moderador en una próxima discusión, logrando un mayor dinamismo.

Por otro lado, es posible alertar al profesor o moderador de la discusión sobre nodos aislados; es decir, actores con una participación baja o nula en la

discusión, para que sean integrados en discusiones futuras, de manera que se den interacciones que potencialicen el aprendizaje, y así lograr resultados más fructíferos en cuanto a la adquisición de conocimientos y aprendizaje de todos los miembros del grupo.

Otra medida que se estudia, la cohesión, identifica estructuras de subgrupo en la red, mide distancias o número de enlaces que necesita un actor para acceder a otro y la densidad de la red completa. Esta medida permite dar una mirada global a la estructura de la red y caracterizar si la red es de tipo estrella, en donde todo el flujo de conocimiento se da a través de un solo actor, en general el profesor. Una estructura de este tipo, por ejemplo, hace que la red sea muy vulnerable, pues cuando el actor a través del cual se da la mayoría o la totalidad de las relaciones se desvincula, se generan huecos estructurales, información relevante deja de fluir y la red tiende a desintegrarse.

b. Estrategias con base en la identificación de tendencias argumentativas

El análisis de contenido evidencia la calidad de las participaciones, identifica procesos de enseñanza y aprendizaje y caracteriza las intervenciones como indicador de adquisición de conocimiento. También se pueden identificar características de las intervenciones a través del tiempo, y se halla que la intervención es indicador del desarrollo de competencias.

Es sabido que sin *retroalimentación* no se produce aprendizaje. Una estrategia importante, en este sentido, es que cada grupo dé cuenta a sus compañeros de clase acerca de la discusión generada para la solución del problema. Los estudiantes son conscientes de la calidad e intensidad de sus participaciones cuando rinden cuenta a su grupo de estudio acerca de:

- ¿Cuál fue mi aporte?
- ¿Cuáles fueron los aprendizajes adquiridos?
- ¿Cuáles fueron las dificultades más notorias?

Esta conciencia de los estudiantes sobre sus propios aprendizajes, de los aprendizajes del otro y de la existencia de un colectivo de referencia, construido en forma sistemática, los motiva a elaborar sus propios objetivos y estrategias para lograr esos objetivos en futuras discusiones.

■ Conclusión

La moderación es la forma de trabajo pedagógico por excelencia en los escenarios de aprendizaje colaborativo a través de la argumentación. El software Argonaut-Digalo es un ambiente orientado a apoyar este proceso pedagógico mediante el suministro de las condiciones y de la información pertinente para llevarlo a cabo de la manera más eficaz.

Las dimensiones de moderación incluyen la formación de la capacidad de resolver el problema, la calidad y pertinencia de los aportes de cada participante, la conciencia de la calidad del trabajo grupal (metacognición social) y la calidad de la participación individual (metacognición individual).

Una buena moderación incluye la preparación del escenario tecnológico, la motivación de los estudiantes, la organización de la información y de los elementos de apoyo para la solución del problema y el uso pedagógico de la información que suministra la interfaz del moderador.

Finalmente, el análisis de la red social y de su evolución es facilitado por la interfaz de moderación; al docente le proporciona una visión de conjunto una vez terminada la sesión y le permite orientar la dinámica del liderazgo, propiciando la vinculación y el apoyo de nodos poco conectados a través de nodos muy activos y aceptados en los grupos. Esta condición establece bases para la consolidación de una red efectiva de aprendizaje que propicie el mejor rendimiento académico y contrarreste los riesgos de retiro y deserción de las actividades curriculares.

■ Referencias

- Backroad Connections PTY Ltd. (2002). Effective online facilitation (Version 2.00), australian flexible learning framework quick guides series, Australian National Training Authority. Recuperado en <http://flexible-learning.net.au/guides/facilitation.html>, el 15 de agosto de 2011.
- Berge, Z. L. (1995). Facilitating computer conferencing: recommendations from the field. *Educational Technology*, 35 (1), 22-30.
- Boccaletti, S., Latora, V., Moreno, Y., Chávez, M. & Huang, D. (2006). Complex networks: structure and dynamics. *Science Direct* (424), 175-308. Elsevier.

- Chi, M. T. H, Siler, S. A., Jeong, H., Yamauchi, T. & Hausmann, R. (2001). Learning from human tutoring. *Cognitive Science* (25), 471--533.
- Cohen, E. G. (1994). Restructuring the classroom: conditions for productive small groups. *Review of Educational Research*, 64 (1), 1-15.
- Davie, L. (1989). Facilitation techniques for the on-line tutor. En Mason, R. & Kaye, A. (Eds.). *Mindweave: communication, computers and distance education*. Elmsford, Nueva York: Pergamon Press.
- Hakkarainen, K., Palonen, T., Paavola, S. & Lehtinen, E. (2004). Communities of networked expertise: professional and educational perspectives. Amsterdam: European Association for learning and instruction. Amsterdam: Earli, Elsevier.
- Hiltz, S. R. (1997). Impacts of college level courses via asynchronous learning networks: some preliminary results. *Journal of Asynchronous Learning Networks*, 1 (2), 1-19.
- Hakkarainen, K., Palonen, T., Paavola, S. & Lehtinen, E. (2004). Communities of networked expertise: professional and educational perspectives. Amsterdam: European Association for learning and instruction. Amsterdam: Earli, Elsevier.
- McLaren, B., Sheuer, O. & Miksatko, J. (2010). *International Journal of Artificial Intelligence in Education* (20), 1-46.
- Salomon, G. & Globerson, T. (1989). When teams do not function the way they ought to. *International Journal of Educational Research* (13), 89-99.

Capítulo 7

Argumentación en línea y construcción de redes sociales

Luis F. Maldonado G.
David Macías M.
Reuma De Groot
Myriam Rodríguez

■ Introducción

Este capítulo muestra los resultados del proyecto de investigación “Efecto del ejercicio de la argumentación y del monitoreo de las variables centralidad y cohesión de grupo sobre el desarrollo de competencias matemáticas y la deserción de los estudiantes”, que se desarrolló con elementos expuestos en este manual.

Cabe anotar que el fenómeno de la deserción estudiantil es una preocupación mundial por sus costos y por su significado social; según SPADIES³, en la universidad colombiana bordea el 50%. Algunos modelos teóricos relacionan variables académicas con variables del ambiente social (Summers, 2003). La teoría de Tinto (1975) continúa en una línea similar a la de Spady (1970) y sostiene que la deserción y su contraparte, la perseverancia en los estudios universitarios, se explican por la interacción de habilidades académicas con factores de integración social.

Los antecedentes y la forma de integrarse de los estudiantes determinan el nivel de su vinculación al sistema tanto académico como social de la institución y su decisión de permanecer o retirarse del programa universitario. Esta

³ http://spadies.mineduacion.gov.co/spadies/consultas_predefinidas.html?2

teoría ha sido validada por estudios posteriores; sin embargo, el estado actual del conocimiento sobre este tema muestra que el desarrollo de estrategias pedagógicas para lograr la adaptación de los estudiantes a su comunidad académica está en sus inicios.

La investigación que se aborda en este manual tiene como objetivo validar una estrategia de acompañamiento a grupos de estudiantes utilizando un ambiente digital en línea (Argunaut) con los propósitos de desarrollar una estrategia argumentativa que integra ontologías siguiendo el enfoque de Toulmin (1958) como forma de mejorar la capacidad de resolver problemas en el dominio de la matemática y de consolidar relaciones académicas efectivas entre estudiantes, y entre estos y su profesor. De esta manera, se pretende mejorar el rendimiento académico y disminuir la deserción.

■ Antecedentes

a. Construcción de comunidad

Una forma para construir comunidad de aprendizaje es mediante el acompañamiento de los profesores en las sesiones de estudio de los grupos de estudiantes que se organizan para resolver problemas a partir de fuentes de información, como se evidencia en el desarrollo de esta investigación. El acompañamiento también se puede entender como una condición para monitorear procesos de aprendizaje en grupos. Al respecto, Heaney (1994) anota que el monitoreo eficiente implica la selección de información significativa y concisa; si falta la primera condición, la asesoría al estudiante pierde soporte pertinente; y si se carece de la segunda, el uso de la información se dificulta. Su propuesta se basa en una matriz donde en la fila aparecen los temas de aprendizaje y en la columna la fecha del encuentro pedagógico; en ella el profesor escribe una observación descriptiva muy breve sobre el avance del estudiante.

Por otra parte, Macías y Maldonado (2009) analizan la relación entre juicios de metamemoria y aprendizaje. La identificación de objetivos y la activación de la valoración del contenido de memoria frente a lo que se debe aprender favorecen la activación de estrategias de solución de problemas y los mecanismos de autorregulación en el aprendizaje autónomo.

En relación con el aprendizaje basado en problemas (Barrows, 1985), debe mencionarse que este usa problemas abiertos que se resuelven de manera cola-

borativa en grupos pequeños (no más de 10 participantes). En la versión de Goodnough (2005), incorpora tres acciones: planeación de la solución, solución y reflexión. El problema se presenta a partir de un contexto que relaciona la sociedad, la ciencia y la tecnología. Una vez presentado el problema, el proceso de búsqueda o investigación se orienta por preguntas relacionadas con las dimensiones epistemológicas de la solución; por ejemplo: ¿cuáles son los hechos relevantes al problema?, ¿qué información adicional se requiere?, ¿qué posibles hipótesis se pueden proponer?, ¿qué plan de acción se ejecutará?, ¿qué criterios validan la verdad de la respuesta? La etapa de reflexión se orienta con preguntas como: ¿cuál fue mi aporte a la solución?, ¿cuáles fueron los aprendizajes adquiridos?, ¿cuáles fueron las dificultades más notorias?, ¿qué proyecciones del aprendizaje se pueden hacer en el desarrollo del curso y en el futuro profesional?

Maldonado, Leal y Montenegro (2009), en un estudio comparativo entre aprendizaje en grupos homogéneos y heterogéneos en cuanto a niveles de aprendizaje previo medidos a través de una prueba de entrada, encuentran que los estudiantes aprenden más en grupos heterogéneos y que las relaciones de liderazgo están más distribuidas en este tipo de grupos. También concluyen que el conocimiento previo de las metas y el automonitoreo del acercamiento a esas metas incide positivamente en el aprendizaje de competencias cognitivas en el dominio de la lógica matemática.

b. Dispositivos tecnológicos para el aprendizaje

En la formación de habilidades para pensar, se han desarrollado muchos dispositivos tecnológicos. Vale la pena resaltar que la Comunidad para el Aprendizaje Colaborativo Apoyado por Computador (CSCL) ha sido muy activa y ha perseverado en alcanzar uno de sus objetivos teóricos, a saber, comprender los procesos de aprendizaje que incorporan ambientes digitales en ambientes socialmente significativos (Scardamalia & Bereiter, 1994; Bereiter, 2002). Muchos de los dispositivos desarrollados están orientados a la representación de la argumentación (Suthers, 2003). Las representaciones muestran una nueva dirección que da prioridad a la colaboración frente a la individualización, el razonamiento frente al pensamiento y las actividades de razonamiento frente a las competencias de razonamiento.

Con base en este enfoque educativo, el grupo Kishurim en la Universidad Hebrea de Jerusalén codiseñó el software Argunaut para desarrollar, de forma escrita y sincrónica, discusiones basadas en argumentación (Proyecto Europeo

DUNES, IST-2001-34153, 2002-04, y Proyecto Europeo ARGUNAUT, IST-2005-027728; Schwarz & Glassner, 2007; De-Groot et al., 2007 y Asterhan, Schwarz & Gil, 2007.

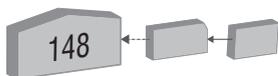
El dispositivo Argunaut apoya una discusión argumentativa a través de la creación de una representación gráfica (mapa argumentativo) de la sesión que se desarrolla. La representación relaciona expresiones textuales insertadas en las figuras geométricas para representar diferentes movimientos dialogales (ontología). El usuario escoge, de un conjunto de opciones, una figura específica para introducir su contribución a la discusión (por ejemplo, “argumento”, “hipótesis”, “pregunta”, “explicación”), escribe su contribución en la figura y la vincula a alguna de las contribuciones previas del mapa argumentativo (Schwarz & Glassner, 2007).

Marco conceptual

Aunque se han desarrollado muchos dispositivos para la argumentación, los programas educativos para promover el razonamiento con ayuda de representaciones argumentativas son escasos todavía. Esta escasez corre paralela con el desarrollo de concepciones pedagógicas y la evolución del diseño de ambientes para apoyar la marcha de la actividad argumentativa.

Si bien la argumentación —y su más reciente conceptualización como razonamiento, relacionada con el dialogismo (Wegerif, 2006)— es benéfica para la construcción de conocimiento (Kuhn, Shaw & Felton, 1997), es necesario crear condiciones óptimas para su realización, las cuales están fuertemente vinculadas al diseño de ambientes de aprendizaje que promuevan los resultados deseados de actividades argumentativas fructuosas. Para mejorar las actividades argumentativas, deben tenerse en cuenta los siguientes principios:

- *Colaboración.* Las tareas son asignadas a grupos pequeños cuyos miembros son conscientes de que contribuyen a un objetivo común y de que su colaboración es valiosa en sí misma.
- *Procedimientos de mediación que no interfieran.* Se sugiere a los maestros usar procedimientos o instrucciones previas o durante el desarrollo de la sesión de trabajo que promuevan la colaboración (en las modalidades electrónica y cara a cara) y el razonamiento crítico, pero que no interfieran con el desarrollo de la misma.



- *Compromiso con el diálogo crítico.* Es uno de los principios centrales en el programa. Los maestros se comprometen a invitar a los estudiantes a plantear argumentos razonados, a abrir perspectivas nuevas, a retar los argumentos con los cuales no están de acuerdo, y a negociar y revisar sus argumentos cuando aparecen datos o argumentos que no pueden refutar.

En cuanto al diseño de la unidad de aprendizaje como tal (denominada caso), se recomienda enfocarlo en problemas que estimulen la curiosidad de los estudiantes. Una vez que el problema se ha presentado a los estudiantes, el maestro debe iniciar una discusión argumentativa en la cual ellos pueden usar su conocimiento informal. Es recomendable usar narraciones de la vida diaria relacionadas con el dominio de conocimiento y acompañadas de preguntas clave. El compromiso de los estudiantes se mantiene mediante actividades creativas, tareas y uso de diferentes recursos.

Aparte de los principios de diseño necesarios para promover el razonamiento crítico mediante actividades argumentativas, un número creciente de estudios muestra que el medio a través del cual los interlocutores se comunican puede ser un factor importante a tener en consideración. Muchos han propuesto que los formatos de comunicación mediada por computador (CMC), en vez de comunicación cara a cara, pueden promover un discurso crítico cualitativamente mejor (v.g., Suthers, 2003). Entre las características de estos formatos que marcan la diferencia se pueden mencionar:

- La posibilidad de releer o revisar y corregir contribuciones, y el hecho de que en una CMC sincrónica suele aumentar el tiempo disponible para pensar y sopesar la respuesta antes de enviarla. Estas dos características son consideradas activadoras de la reflexión (v.g., Guiller, Durndell & Ross, 2008).
- La falta de señales no verbales usadas, entre otras cosas, para la evaluación del status social. Esta ausencia facilita una participación más democrática y menos inhibida (Herring, 2004; Suler, 2004).
- La capacidad de enviar varios mensajes simultáneamente. Esto puede promover una participación más igualitaria de los participantes en la discusión, en particular de los más silenciosos (Asterhan & Eisenmann, 2009).
- La naturaleza textual de la comunicación y la falta de señales no verbales. Estas características exigen a los participantes en la discusión a ser más explícitos y proveer argumentos más razonados (Kim, Anderson, Nguyen-Yahiel & Archodidou, 2007; Newman, Webb & Cochrane, 1995).

En este sentido, vale la pena referenciar una investigación con el uso de Argonaut que se desarrolló con un grupo de estudiantes de bachillerato forma-

do por personas reintegradas de actividades de lucha armada a la vida civil. Los resultados de dicha investigación mostraron que el trabajo colaborativo mediante Argunaut mejora la confianza en el grupo y la percepción de las propias capacidades para aprender (Maldonado et al., 2009), además de un evidente mejoramiento de las características resilientes de los participantes. Este hallazgo apoyó la hipótesis de que la introducción de estrategias argumentativas podría fortalecer las capacidades resilientes de los estudiantes universitarios y, en consecuencia, constituir un factor que incida positivamente en la disminución del retiro del curso y de la deserción del programa académico que cursa el estudiante en la Universidad.

■ Metodología

a. Condiciones previas

Los profesores que participaron en la experiencia desarrollaron simultáneamente un proceso de formación con la elaboración de matrices de competencias, diseño de casos, uso del software Argunaut, especificación de ontologías, proceso de moderación, lectura de mapas argumentativos y datos del sistema. Este proceso de formación utilizó el software como dispositivo de discusiones entre los participantes y caracterizó la red de aprendizaje desarrollada a lo largo del proceso.

La experiencia con los estudiantes se desarrolló en el primer curso de matemáticas de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Bogotá y de la Universitaria de Investigación de Bucaramanga; los estudiantes tuvieron a disposición contenidos en aula Moodle, ejercicios de práctica con Feedback, tres horas de clase presencial y dos horas de trabajo colaborativo.

b. Procedimiento

Se tomó como población de referencia los estudiantes de matemática básica en programas de ingeniería. Se seleccionaron dos grupos paralelos, uno de la Universidad Central, ubicada en Bogotá, y otro de la Universitaria de Investigación, de Bucaramanga.

Los dos grupos, en paralelo, usaron el escenario pedagógico diseñado (aula Moodle con contenidos, clase presencial y sesión de acompañamiento de dos horas consistente en solución colaborativa de problemas en Argunaut).

La investigación se desarrolló en el transcurso del curso de matemática básica con la implementación de cinco sesiones colaborativas utilizando el software Argonaut; cada sesión se enfocó en un caso relacionado con la temática de una unidad del curso. El tamaño de los grupos colaborativos fue de cinco estudiantes en promedio, organizados de manera libre en cada encuentro. De cada sesión se guardaron los mapas argumentativos generados por el software, los cuales registran la información de quiénes participaron, en qué grupo estuvieron, con qué compañeros interactuaron, y cuál fue la clase de aportes y contenido de los mismos.

■ Análisis de datos

a. Impacto de las sesiones Argonaut y la deserción universitaria

El primer análisis evalúa el efecto de la cantidad de sesiones argumentativas sobre la deserción universitaria; para esto se utilizó el modelo de deserción que integra las variables “número de sesiones” y “universidad” como predictores y la deserción como variable dependiente.

El resumen del análisis de regresión muestra que las variables independientes efectivamente son predictores de la variable dependiente ($F(2,83)=15,894$ $p<,00000$, error estándar de estimación: $,34471$). En la tabla 24 se discriminan los valores Beta, el valor t y el nivel de significación de la relación. En este caso, el número de sesiones Digalo constituye la variable que tiene mayor efecto sobre la variable dependiente. De tal manera que es posible predecir la deserción a partir de la universidad, y especialmente a partir del número de sesiones Argonaut a las cuales asiste el estudiante. El signo negativo del valor Beta y de la prueba t muestran que a mayor número de sesiones argumentativas, menor deserción. La deserción fue diferente para las dos universidades.

Tabla 24. Análisis de regresión que toma como variables independientes la universidad y el número de sesiones Argonaut, y como variable dependiente la deserción

	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(83)	p-level
Intercept			21,21372	7,474756	2,83805	,005704
UNIVERSI	-,2596	,093351	-,20682	,074374	-2,781	,006707
SESDIGAL	-,4624	,093351	-,10708	,021616	-4,954	,000004

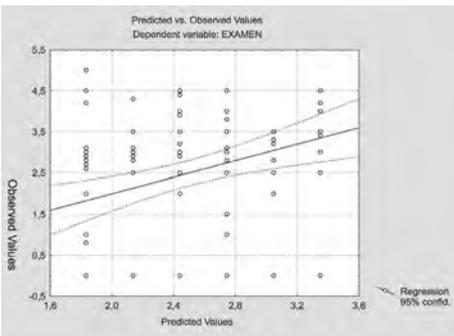
b. Impacto de las sesiones Argunaut y la nota en el examen final

El segundo análisis toma el modelo de regresión para identificar el impacto de las variables “número de sesiones argumentativas usando Argunaut” y “universidad” en el rendimiento en el examen final del curso. Las variables independientes explican la varianza en las calificaciones del examen final ($F(2,83)=10,476$ $p<,00009$, error estándar de estimación: 1,3613). En la tabla 25 se observan los valores Beta y el nivel de significación de las parejas de relaciones con la variable dependiente. Nuevamente el predictor de mayor significación es el número de sesiones argumentativas. El signo positivo de Beta y de la prueba t muestra que el incremento en el número de sesiones argumentativas se relaciona positivamente con el rendimiento en el examen final. El rendimiento fue diferente en las dos universidades.

Tabla 25. Análisis de regresión que toma como variables independientes la universidad y el número de sesiones Argunaut y como variable dependiente los resultados en el examen final

	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(83)	p-level
Intercept			-83,3001	29,51912	-2,82190	,005972
UNIVERSI	,282929	,098097	,8471	,29371	2,88418	,004998
SESDIGAL	,353676	,098097	,3078	,08537	3,60537	,000531

Figura 64. Relación entre asistencia a sesiones argumentativas y puntaje en examen final



En resumen, el análisis de regresión muestra una fuerte relación entre las sesiones de argumentación y las variables deserción y rendimiento en la prueba final de conocimientos. Este es un indicador de que el efecto de la argumentación se desarrolla a través de un proceso gradual creciente.

c. Análisis de las categorías argumentativas vs el aprendizaje

A continuación se presenta el análisis de la relación entre el manejo de las categorías argumentativas y el aprendizaje de la matemática. La primera variable que se toma es la frecuencia de uso correcto de cada una de las categorías argumentativas; la segunda, la nota obtenida por los estudiantes en cada una de las tres evaluaciones del semestre. Para el análisis se toman los datos de las cinco sesiones argumentativas desarrolladas por los estudiantes.

En la tabla 26 se presentan las correlaciones significativas entre categorías y aprendizaje que se obtuvieron en cada una de las cinco sesiones:

Tabla 26. Correlaciones significativas entre frecuencia de uso de categorías y resultado en las evaluaciones del aprendizaje

	Claim	Informa	Comment	Idea	Argument	Question	Explanation
Sesión 1		0.38					
Sesión 2							0.34
Sesión 3					0.48		0.46
Sesión 4					0.60		
Sesión 5				0.38			0.38

Las correlaciones entre frecuencia de uso de las categorías y el aprendizaje son significativas sólo en algunos casos. Se observa que la correlación entre explicación y resultados de evaluación es la más alta en tres de las cinco sesiones. También se observa un cambio en la medida en que avanzan las sesiones.

En la tabla 27 se presentan las correlaciones significativas entre el uso correcto de las categorías argumentativas y el aprendizaje en las cinco sesiones de trabajo que se desarrollaron:

Tabla 27. Correlación entre el manejo correcto de categorías y el aprendizaje

	Claim	Information	Comment	Idea	Argument	Question	Explanation
Claim							
Information							
Comment		0.608					
Idea	0.795						
Argument	0.80		0.399				
Question			0.399				
Explanation		0.53					

La mayor correlación entre parejas de categorías se puede relacionar con un uso funcional equivalente entre las mismas. Es probable que el sentido de estas parejas muy correlacionadas no esté muy diferenciado y que los estudiantes tiendan a dar el mismo uso conceptual a algunas parejas de categorías. El uso diferenciado muy probablemente requiera de entrenamiento explícito en el uso del sistema ontológico.

En un paso siguiente se planteó un análisis de regresión múltiple tomando como variable dependiente la nota del examen realizado a los estudiantes y como variables independientes las frecuencias de uso de las categorías ontológicas afirmación, información, comentario, idea, argumento, pregunta y explicación. En la tabla 28 se muestran los resultados de este análisis.

Tabla 28. Análisis de regresión múltiple que toma como predictores las frecuencias asociadas a cada categoría argumentativa y como variable dependiente el resultado en la prueba final del curso

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Modelo	8,03491	7	1,14784	4,53	0,0160
Residuo	2,53454	10	0,253454		
Total (Corr.)	10,5694	17			

Se observa que el P-valor de la prueba F está por debajo de 0.05, esto indica que existe una relación estadísticamente significativa entre el conjunto de las variables independientes y la dependiente. El modelo de regresión relaciona las variables afirmación, información, comentario, idea, argumento, pregunta y explicación con la variable examen. La salida muestra los resultados obtenidos al ajustar un modelo de regresión lineal múltiple para describir la relación entre examen y siete variables independientes con sus correspondientes coeficientes beta y muestran la fuerza de la relación de cada predictor con la variable dependiente:

$$\text{Examen} = 3,43546 + 0,144808 * \text{Afirmación} + 0,0983339 * \text{Información} - 0,0231977 * \text{Comentario} + 0,131025 * \text{Idea} - 0,221832 * \text{Argumento} - 0,279247 * \text{Pregunta} + 0,169253 * \text{Explicación}$$

Al utilizar el método de regresión que retira las variables independientes débilmente relacionadas con la variable dependiente, una a una, para optimizar el modelo, nuevamente se obtiene un P-valor menor que 0,05, lo cual indica que existe una relación estadísticamente significativa entre las variables, con un coeficiente de correlación 49,1245% entre el conjunto de las variables independientes y la dependiente. El modelo generado es: examen = 3,43818 + 0,185949 * Claim - 0,221268 * Pregunta

En el modelo anterior las variables “claim” y “pregunta” son las que explican los cambios en la variable dependiente, con la anotación de que “claim” tiene una relación positiva y pregunta tiene una relación inversa. Puesto que el P-valor para la prueba F es menor que 0,05, existe una relación estadísticamente significativa entre las variables con un nivel de confianza mayor que 95,.0%.

El enfoque de los mapas argumentativos se relaciona con la frecuencia de mayor uso en cada una de las sesiones. La tabla 29 presenta el enfoque del desempeño de todos los estudiantes en cada una de las sesiones de trabajo:

Tabla 29. Frecuencia absoluta de uso de las categorías en las cinco sesiones argumentativas

	Sesión 1	Sesión 2	Sesión 3	Sesión 4	Sesión 5	Total
Afirmación	9	3	10	8	3	33
Información	14	2	1	4	10	31
Comentario	28	17	12	12	6	75
Idea	13	4	5	14	2	38
Argumento	3	0	4	2	0	9
Pregunta	20	8	15	11	9	63
Explicación	3	16	5	2	2	28
Total	90	50	52	53	32	

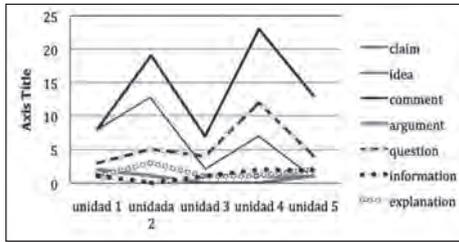
Se observa que el enfoque de los mapas de las dos primeras sesiones de trabajo está orientado a comentarios, con frecuencias en esta categoría de 28 y 17, mientras que en la sesión tres el enfoque está orientado a formular interrogantes; en la sesión 4, a dar ideas o miradas subjetivas del caso, y en la sesión 5 al manejo de la información. Este hecho nos lleva a generar una hipótesis: al tratar de encontrar la solución de un problema, el enfoque de los mapas argumentativos que representan las diferentes interacciones de los estudiantes está influido por la clase de problema. Por otro lado, si se lee el último renglón de la tabla, se observa que existe un comportamiento sistemático decreciente en la complejidad de los mapas, debido al número total de intervenciones de los estudiantes; este hecho puede ser un indicador de que los estudiantes divagan menos en encontrar la respuesta al caso.

d. Precisión en el uso de categorías ontológicas

La precisión del uso de las categorías ontológicas determina la correspondencia entre el uso de la forma seleccionada y el contenido asignado en cada participación por los estudiantes. Para esta medida se toma la diferencia entre la frecuencia de uso de las formas categóricas, tal como las toma el estudiante, y la frecuencia de las categorías determinadas por su contenido según juicio de un evaluador experto. Esto da como resultado una frecuencia de uso correcto y una frecuencia de uso incorrecto. El error en el uso de la categoría se calcula como la diferencia entre la frecuencia absoluta de uso de la forma menos la frecuencia de uso correcto de la categoría.

$$\text{Error} = |\text{Frec. de formas categóricas} - \text{Frec. dada por el contenido}|$$

Figura 65. Comportamiento del error en el manejo de categorías



La figura 65 muestra el comportamiento del error en las cinco sesiones de trabajo de los estudiantes. En el eje horizontal se ubican las sesiones desarrolladas; en el eje vertical, el valor del error. El error surge de la no correspondencia entre el contenido de una categoría y la forma seleccionada para la misma. Si se hace una lectura longitudinal, no se observa un comportamiento sistemático del error a medida que pasan las sesiones

de trabajo, quizá exceptuando las categorías argumento, información y explicación, cuyo comportamiento se aproxima a una función constante. Por el contrario, si se hace una lectura comparativa entre las diferentes categorías y las diferentes sesiones, se observa que los casos determinan el sentido de los picos; por ejemplo, la unidad 2 determina un pico creciente; la unidad 3, un pico decreciente; la unidad 4, un pico creciente; y la unidad 5, un pico decreciente.

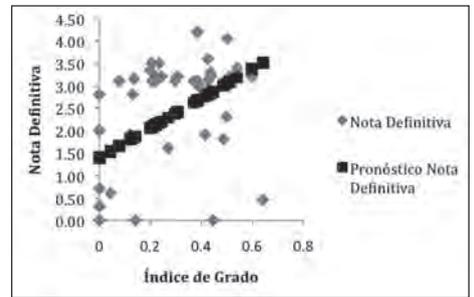
e. Análisis desde la perspectiva de las redes sociales

Se propuso estudiar la adaptación de los estudiantes a su comunidad académica; para esto, se formuló la siguiente hipótesis de investigación: una estrategia que utiliza la argumentación apoyada por computador en el sistema Argonaut para monitorear las variables centralidad (del individuo) y cohesión grupal tiene un efecto positivo en el desarrollo de competencias matemáticas y en la disminución de la deserción estudiantil.

El índice de centralidad se lleva a una matriz en donde las columnas registran las sesiones, y en las filas se ubican los estudiantes. El promedio de cada período en el índice de centralidad se utiliza como predictor en un análisis de regresión con variable dependiente “rendimiento académico”. En particular se tomaron dos medidas consideradas importantes para medir la centralidad de un nodo dentro de la red: el grado nodal y el grado de intermediación. En la figura 65, se muestra la regresión del índice de grado nodal versus la nota definitiva obtenida en la asignatura. Se puede observar que existe una relación entre el índice de grado nodal y el éxito académico; a mayor grado nodal, mayor nota definitiva. El coeficiente de correlación es de 0,5691. El coeficiente de determinación R² es de 0,32; el error típico es de 1,11; la suma de los cuadrados para la regresión es de 24,54 y para los residuos es de 51,85. El valor de F es de 20,12.

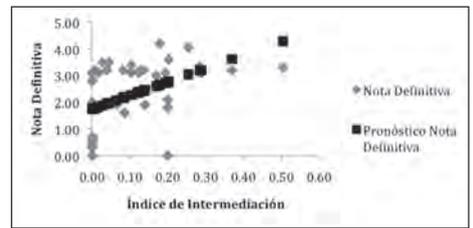
En la figura 66 se muestra la regresión del índice del grado de intermediación contra la nota definitiva obtenida en la asignatura. Se puede observar que es menos estrecha la relación entre éxito académico y grado de intermediación. El coeficiente de correlación es de 0,44; el coeficiente de determinación R^2 es de 0,196; el error típico es de 1,21; la suma de los cuadrados para la regresión es de 15,07 y para los residuos es de 61,61. El valor de F es de 10,28.

Gráfica 66. Índice de grado nodal vs nota definitiva



El índice de cohesión se ubica en una matriz unidimensional para observar su evolución. Con el índice de cohesión de grupo se hace un análisis de varianza para revisar si existen diferencias significativas en el rendimiento y deserción de los grupos. Las medidas de cohesión que se consideraron para el análisis fueron densidad de grupo y coeficiente de clustering. En la figura 67, se muestra el modelo de regresión que relaciona el índice de intermediación como variable independiente y la nota definitiva como variable dependiente.

Figura 67. Índice de grado de intermediación vs nota definitiva



Por otra parte, la tabla 30 muestra los parámetros descriptivos de los índices de densidad de grupo y de la nota definitiva. El análisis estadístico se hace con un total de 44 sujetos que constituyen los nodos de la red.

Tabla 30. Regresión lineal entre densidad de grupo y nota definitiva

Grupos	No Sujetos	Suma	Promedio	Varianza
Promedio índice densidad de grupo	44	16,37900096	0,372250022	0,0744407
Nota definitiva	44	98,5	2,238636364	1,7835888

En la tabla 31 se muestran los resultados del análisis de regresión que utiliza la prueba F para establecer la relación entre varianza sistemática y varianza de error. La varianza sistemática es significativamente grande en comparación con la varianza de error, de tal manera que la probabilidad de error de las predicciones usando el modelo es muy baja ($p=3,34362E-14 < 0.05$).

Tabla 31. Varianza de la regresión lineal entre densidad de grupo y nota definitiva

Análisis de Varianza						
Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F	Probabilidad	Valor crítico para F
Entre grupos	76,634755	1	76,6347555	82,490353	3,34362E-14	3,95188225
Dentro de los grupos	79,895269	86	0,929014759			
Total	156,53002	87				

En consecuencia, se muestra que la relación entre densidad de grupo y el grado de intermediación son predictores significativos del éxito académico en el curso de matemáticas en el cual se hizo el estudio.

Discusión

La particularidad de que este estudio se desarrolle en condiciones institucionales dadas no permite considerar el trabajo como experimental propiamente dicho.

Los datos muestran que el efecto de la argumentación con base en ontologías argumentativas y apoyada por ambientes digitales en línea es proporcional a la práctica con el sistema de categorías argumentativas y que se requiere de un aprendizaje para que el efecto se observe en el aprendizaje mismo. En una revisión de investigación sobre estrategias de aprendizaje, Maldonado (2012) muestra que para que éstas tengan efecto en la calidad del aprendizaje, se requiere de procesos de entrenamiento sobre las mismas estrategias. Hay varias razones para sustentar esta interpretación: el uso del software es una experiencia nueva, y categorizar cada una de las contribuciones antes de escribirla requiere un proceso de reflexión adicional al análisis del problema mismo. La ontología argumentativa probablemente actúa como organizadora de la información; y en la medida que se usa, se adquieren destrezas para su manejo. Es muy probable que si se desarrolla un entrenamiento sistemático previo a las sesiones de experimentación y se constata proficiencia en el manejo de las estructuras argumentativas como estrategia de aprendizaje, los resultados mejoran significativamente. Por otra parte, se puede afirmar que a medida que se desarrollan los procesos argumentativos, las relaciones académicas entre los miembros se activan y progresivamente se va consolidando la red de apoyo académico entre compañeros, lo cual repercute en menor deserción. El análisis de la red social que muestra fuerte relación tanto del grado de intermediación como de la densidad de las relaciones en la red apoya esta interpretación.

A medida que se realizaban las sesiones de trabajo, se evidenció la participación activa de los estudiantes, la familiarización con el programa y el desarrollo de la habilidad para solucionar problemas prácticos con el uso del Argonaut. Incluso en el transcurso de las sesiones de clase presenciales se observó que a medida que los estudiantes del grupo experimental desarrollaban los casos con el software Argonaut, la participación era más notoria y de mejor calidad, el nivel de confianza que demostraban en las participaciones se veía apoyado por razonamientos lógicos y las soluciones a los cuestionamientos eran planteadas por los mismos estudiantes.

En varios casos, la correlación entre categorías ontológicas y la nota es baja, y sólo en algunos es alta, lo cual lleva a pensar que para lograr una correlación más alta es necesario tener un mayor número de sesiones de trabajo y analizar la forma como se enfoca la moderación. El anterior hecho se alcanza a visualizar con el crecimiento progresivo de la correlación entre la categoría argumento y la nota (-0.11, 0.06, 0.48, 0.60), excepto en la sesión cinco, que tiene unos valores no sistemáticos, esto se presenta quizá por el tipo de problema planteado a los estudiantes.

■ Conclusión

En la experiencia pedagógica desarrollada, se observa la expectativa inicial de los estudiantes por el uso del sistema Argonaut y de una forma nueva de aprendizaje, además, se evidencia la evolución de una participación inicial frecuente a una participación menos frecuente, pero más focalizada en la solución efectiva del problema, en las últimas sesiones.

Estas observaciones ponen de relieve la importancia de entrenar a los estudiantes en el uso del sistema ontológico para fortalecer la dimensión epistemológica y metacognitiva de su razonamiento. La validación previa de las categorías ontológicas aparece como un paso de importancia para asegurar que cada una de ellas tenga significado diferenciado y contribuya positivamente al desarrollo epistemológico en la solución de los problemas. La manera de hacer esta validación constituye un nuevo tema de investigación para contribuir a la calidad de los ambientes diseñados para la argumentación en el aprendizaje colaborativo. El buen uso de las categorías ontológicas en un proceso argumentativo es objeto de aprendizaje; sin embargo este aprendizaje está directamente relacionado con el conocimiento que se tenga del objeto a representar. En este

sentido, la precisión en el uso de las categorías ontológicas constituye la dimensión metacognitiva y, por lo tanto, este aprendizaje se realiza en un momento posterior al aprendizaje cognitivo (Macías, David et al, 2009).

Si se toma la precisión en el uso de categorías como la correspondencia entre una forma ontológica y el contenido asignado, por complemento la no correspondencia entre la forma ontológica y el contenido asignado se refiere a un indicador de error en el uso de las categorías. La lectura de este fenómeno en el presente estudio deja dos enseñanzas:

- En primer lugar, que la magnitud del error entre las categorías utilizadas es diferente, por ejemplo en los casos extremos, comentario y explicación, en donde se presenta una mayor correspondencia entre “explicación” y su contenido que entre “comentario” y su contenido. Este fenómeno muestra que la selección de las categorías debe relacionarse con el objeto de conocimiento cuidando la precisión en su concepto.
- En segundo lugar, al leer el comportamiento del error a medida que transcurren las sesiones, se observa que este no se reduce, a no ser que la sesión de trabajo sea orientada por el moderador; en consecuencia, el diseño de las estrategias que se seguirán en la moderación para el buen uso de las categorías ontológicas es de trascendencia.

El cierre de las sesiones argumentativas es un punto importante en la función del moderador, al igual que la retroalimentación sobre la calidad de las contribuciones. Una sesión inconclusa puede generar inconformidad en los grupos. También conviene resaltar que la graduación del nivel de dificultad de los problemas es una tarea clave del docente, pues los problemas muy difíciles desorientan y tienden a desanimar, y los problemas demasiado fáciles tienden a bajar el nivel de motivación y a generar contribuciones ajenas a la solución del problema.

Los resultados concuerdan con la teoría de Tinto (1975), en el sentido de que tanto el éxito académico como la integración a la red social académica y el apoyo de su comunidad inciden positivamente en la reducción de la deserción. A nivel micro, estas relaciones se manifiestan a través de las sucesivas contribuciones orientadas al aprendizaje de solución de problemas que contribuyen a formar corrientes de pensamiento que van madurando a través del desarrollo curricular y que podemos visualizar cuando usamos el tipo de dispositivos planteados en este trabajo.

Esta experiencia plantea que los procesos que garanticen la formación de estructuras conceptuales, desarrollo de competencias cognitivas y construcción de red de aprendizaje como condición del éxito académico requieren continuidad y seguimiento durante el transcurso de los programas de pregrado. Las probabilidades de contrarrestar la deserción y optimizar el rendimiento académico son promisorias, si se actúa con iniciativas sostenidas.

Referencias

- Asterhan, C. S. C. & Eisenmann, T. (2009). Online and face-to-face discussions in the classroom: A study on the experiences of 'active' and 'silent' students. Proceedings of the 2009 Computer-Supported Collaborative Learning Conference.
- Asterhan, C. S. C., Schwarz, B. B. & Gil, J. (2007). E-moderation of synchronous argumentative dialogue: first findings from multiple sources. Manuscript submitted for publication.
- Barrows, H. S. (1985). How to design problem based curriculum for the pre-clinical years. New York:Springer Verlag.
- Bereiter, C. (2002). Education and mind in the knowledge age. Mahwah, N. J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Collin, A., Webster, Paul A., Schempp, Ils S. Mason, Christopher, A., Bush, snf Bryan, S., McCullick (2005). "On a Constant Journey of Learning:" Self-Monitoring Strategies of Expert Gol Research Quarterly for Exercise and Sport; 76, 1; Academic Research Library, p. A93 de educación. Recuperado marzo de 2012.
- Groot, R. de, Drachman, R., Hever, R., Schwarz, B. B., Hoppe, U., Harrer, A., De Laat, M., Wegerif, R., McLaren, B. M. & Baurens, B. (2007). Computer Supported Moderation of E-Discussions: the ARGUNAUT Approach. In: Proceedings of the Conference on Computer Supported Collaborative Learning (CSCL-07), vol. 8 (pp. 165-167). 'Drop-out' row hits soft spot for UK universities, Nature; Sep 1, 1994; 371, 6492; Academic Research Library, p. 4
- Goodnough, K. (2005) Fostering Teacher Learning through Collaborative Inquiry. The Clearing House; Nov/Dec 2005; 79, 2; Academic Research Library pg. 88
- Guiller, J., Durndell, A. and Ross. A. (2008). Peer interaction and critical thinking: Face-to-face or online discussion. *Learning and Instruction* 18, 187-200.

- Heaney, L. F. (1994). Continuous monitoring: an approach. *The International Journal of Educational Management* 8, (2) pp. 33-37.
- Herring, S. C. (2004). Computer-mediated discourse analysis: An approach to researching online behavior. In: S. A. Barab, R. Kling, and J. H. Gray (Eds.). *Designing for Virtual Communities in the Service of Learning* (pp. 338-376). New York: Cambridge University Press.
- Kim, I-H., Anderson, R. C., Nguyen-Jahiel, K. & Archodidou, A. (2007). Discourse patterns during children's collaborative online discussions. *The Journal of the Learning Sciences*, 16(3), 333-370.
- Kuhn, D., Shaw, V. & Felton, M. (1997). Effects of dyadic interaction on argumentative reasoning. *Cognition and Instruction*, 15(3), 287-315.
- Maldonado, L. F., Serrano, E., Macías, D., Rodríguez, G., Vargas, E. y Bernal, R. (2009). Acompañamiento como estrategia pedagógica en el aprendizaje exitoso de la matemática. *Entre Ciencia e Ingeniería*, 6, pp. 33-59, ISSN 1909-8367
- Maldonado, L. F., Landazábal, D. P., De Groot, R. y Drachman, R. (2009). Estilos argumentativos y capacidades resilientes en un escenario de argumentación colaborativa apoyada por computador: comparación de una muestra de estudiantes colombianos con otra de estudiantes israelíes. En Suárez, C. C. (2009). *Cuadernos de la Maestría en Docencia Universitaria*. Bogotá: Edit. Universidad Sergio Arboleda.
- Maldonado, L. F. (2012). *Virtualidad y autonomía: pedagogía para la equidad*. Bogotá: ICONK Editorial.
- Newman, G., Webb, B. & Cochrane, C. (1995). A content analysis method to measure critical thinking in face-to-face and computer supported group learning. *Interpersonal Computing and Technology*, 3(2), 56- 77.
- Scardamalia, M. & Bereiter, C. (1994). Computer support for knowledge-building communities. *The Journal of the Learning Sciences*, 3(3), 265-283.
- Schwarz, B. B. & Glassner, A. (2007). Designing CSCL argumentative environments for broadening and deepening understanding of the space of debate. In R. Säljö (Ed.), *Information and communication technology and transformation of learning practices*. Dordrecht: Kluwer
- Spady, W. (1970). Dropouts from higher education: an interdisciplinary review and synthesis. *Interchange*, 1, p. 65.
- Summers, M. (2003). ERIC review: Attrition research at community colleges. *Community College Review*, 30, 4; Academic Research Library, pg. 64.

- Suthers, D. D. (2003). Representational guidance for collaborative inquiry. In: J. Andriessen, M. Baker, and D. Suthers (Eds.). *Arguing to Learn: Confronting Cognitions in Computer-Supported Collaborative Learning environments* (pp. 27-46). Kluwer Academic Publishers
- Tinto, V. (1975). Dropouts from higher education: A theoretical synthesis of the recent research literature. *Review of Educational Research*, 45, 89-125.
- Toulmin, S. (1958) *The Uses of Argument*, Cambridge: Cambridge University press.
- Van Eemeren, F. H., Grootendorst, R., Henkenmans, F. S., Blair, J. A., Johnson, R. H, Krabb, E. C., Plantin, C., Walton, D. N., Willard, C. A., Woods, J. and Zarefsky, D. (1996) *Fundamentals of Argumentation Theory: a handbook of historical background and contemporary developments*, Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum.
- Wegerif, R. (2006). A dialogic understanding of the relationship between CSCL and teaching thinking skills. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*, 1(1), 143-157.

Conclusiones generales

Este manual se elaboró con el propósito de servir de base para el desarrollo de un proyecto de investigación que sometió a prueba preguntas sobre la relación entre argumentación y aprendizaje, la consolidación de redes de aprendizaje y el control del riesgo de deserción en estudiantes de matemáticas en los primeros semestres de programas de ingeniería.

El interés eminentemente práctico va de la mano con la concepción pedagógica derivada del análisis de los avances más destacados de la ciencia cognitiva y de la integración informática de los procesos de aprendizaje.

El hecho de que la construcción pedagógica relacionada con procesos de los colectivos (como el aprendizaje colaborativo, la cooperación y el aprendizaje o la argumentación como base de la construcción de ontologías compartidas) sea muy reciente parece estrechamente relacionado con la complejidad de estos procesos que requieren un esfuerzo especial del profesor para incluirlos en su perspectiva pedagógica. Sin embargo, la posibilidad que abre la integración informática de estos procesos es enorme y libera al profesor de gran parte de la carga relacionada con la toma de datos.

En este sentido, la contribución de los ambientes Digalo-Argunaut es significativo, pues permite, por una parte, relacionar la argumentación con categorías argumentativas adaptables al tipo de problemas y al dominio de conocimiento y, por otra parte, llevar al estudiante a construir criterios de calidad para valorar sus propias contribuciones, las de los otros y la calidad de la producción discursiva de la sesión argumentativa como un todo. Este último aporte constituye un avance muy importante en el proceso de innovación pedagógica.

Otro avance de estos ambientes se relaciona con la selección de información pertinente para la revisión del contenido de las contribuciones en el proceso colaborativo y de la sucesión de estas intervenciones, de tal manera que se puede evidenciar el desarrollo del hilo argumentativo y replicarlo en el futuro

cuantas veces se desee. Este elemento es de gran utilidad para el desarrollo metacognitivo tanto social como individual de los estudiantes; además, le facilita al docente la tarea de monitorear la efectividad de las estrategias que usa. La interfaz del moderador provee la información de grupos paralelos, ofrece al profesor una visión de los procesos simultáneos de las unidades colaborativas que actúan en una misma sesión de aprendizaje y posibilitan la participación en cualquier momento. Finalmente, el software provee información organizada y pertinente para que el profesor desarrolle estrategias de gestión de la red social que se construye a través de los procesos argumentativos.

Como se presentó a lo largo de este manual, la argumentación, en nuestro enfoque, es eminentemente ecológica. Nuestro esfuerzo es integrar estos procesos a entornos reales de formación y desarrollo curricular. Por esta razón, el manual caracteriza un entorno y la naturaleza teleológica de ese sistema alrededor de la formación de la capacidad humana creciente, expresada en sistemas de competencias. En este acercamiento, los procesos argumentativos ocupan un lugar, se apoyan en otros procesos y, a su vez, apoyan nuevos procesos. Si bien la argumentación, en sí, tiene un valor y genera resultados valiosos para el ser humano, su fuerza está en la integración a un entorno pedagógico que tiene su propia dinámica.

El éxito de la inclusión de la argumentación en los procesos de aprendizaje está mediado en gran medida por la valoración que históricamente se hace desde las diferentes disciplinas. La tradición educativa se ha centrado fuertemente en el individuo y en la relación maestro-alumno, y poco en la relación entre pares y en la formación de redes. Sin embargo, la investigación muestra que los nuevos escenarios darían razón para fundamentar un cambio que requiere algunos ajustes en la administración curricular y en la disposición de la tecnología de la información como elemento normal de la actividad de aprendizaje. Si logramos educar la capacidad colaborativa, indudablemente se tendrán comunidades con mayor capacidad de sostenerse en iniciativas importantes y se podrá educar para la comprensión y la armonía social.

Este manual, que surge del convencimiento de que la argumentación cumple un papel fundamental en el proceso de aprendizaje de la matemática, tiene como propósito facilitar a los profesores la tarea de incluir las prácticas argumentativas en sus clases. De esta manera, su enfoque es eminentemente práctico, si bien es resultado de la revisión tanto de investigaciones previas como de prácticas sistemáticas. En suma, su horizonte es facilitar el diseño de ambientes y elementos para el desarrollo de las actividades argumentativas de aprendizaje de la matemática.

El texto expone la experiencia y el conocimiento de los autores desde la perspectiva de que otros puedan utilizar sus aportes y agregar más contribuciones con el objetivo de fortalecer un movimiento pedagógico con interés especial en los procesos argumentativos y en la consolidación de redes sociales de aprendizaje.

